Rapport du jury

CONCOURS DE RECRUTEMENT DES PROFESSEURS CERTIFIES
DE L'ENSEIGNEMENT AGRICOLE

CAPES A et deuxième catégorie
externe et interne

section **MATHÉMATIQUES**

session **2011**

Table des matières

Les épreuves écrites se sont déroulées le 22 février pour le concours interne, les 21 et 22 février pour le concours externe.

Les épreuves orales se sont tenues du 23 au 26 mai 2011 dans les locaux du lycée d'enseignement général et technologique agricole Le Valentin à Bourg-lès-Valence.
Que soient ici remerciés Monsieur le Proviseur et les personnels du lycée pour la qualité de leur accueil.

1. PRÉSENTATION DES CONCOURS 2011

1.1 Composition du jury

ARNAL Florent, professeur agrégé, IUT Bordeaux 1,

BODY Bernard, professeur agrégé, rectorat de GRENOBLE,

BOULAY-BADOR Karine, professeur certifié, LEGTA MACON,

BOYER Philippe, professeur certifié, LEGTA BOURG-LES-VALENCE,

BRAS Laurent, professeur agrégé, LEGTA TOULOUSE-AUZEVILLE,

BURG Pierre, professeur agrégé, LEGTA OBERNAI,

CHAPUT Brigitte, professeur agrégé, ENFA CASTANET-TOLOSAN,

FARDOUX Marc, professeur agrégé, LEGTA CASTANET-TOLOSAN,

FAURE Isabelle, professeur agrégé, LEGTA MARMILHAT,

FAURE Éric, professeur agrégé, LEGTA MARMILHAT,

GAUMET Jean-Pascal, professeur agrégé, lycée Montaigne BORDEAUX,

GÉRARD Danielle, professeur agrégé, IUFM TOULOUSE,

KRIR Mohamed, **vice-président du jury**, maître de conférences, université VERSAILLES SAINT-QUENTIN,

LARBI Kamel, professeur agrégé, LEGTA BOURG-LES-VALENCE,

MACÉ Alain, inspecteur d'académie – inspecteur pédagogique régional, rectorat ROUEN,

LE MERDY Sylvie, professeur agrégé, LEGTA LE RHEU,

MASOUNAVE Alice, professeur certifié, LEGTA PAU,

MONTMASSON Lionel, professeur agrégé, LEGTA CASTANET-TOLOSAN,

OSMOND Ginette, inspectrice de l'enseignement agricole, ministère de l'agriculture,

PACULL Christian, **vice président du jury**, inspecteur de l'enseignement agricole, ministère de l'agriculture,

QUET Guillaume, professeur agrégé, LEGTA AUBENAS,

SALICHON Vincent, professeur agrégé, LEGTA YSSENGEAUX,

SORBE Xavier, **président du jury** inspecteur général de l'éducation nationale, ministère de l'éducation nationale,

WATRIN Emmanuelle, professeur agrégé, LEGTA TOULOUSE-AUZEVILLE.

1.2 Effectifs et notes

Effectifs 2011		Inscrits	Présents	Admissibles	**Admis**	Liste complémentaire	**Postes**
externe	CAPES A	215	112	59	**8**	16	**8**
	deuxième catégorie (privé)	38	20	10	**3**		**9**
interne	CAPES A	55	39	16	**4**		**4**
	deuxième catégorie (privé)	16	11	3	**3**		**16**

La session précédente des concours de recrutement des professeurs certifiés de l'enseignement agricole s'était tenue en 2009.

Effectifs 2009		Inscrits	Présents	Admissibles	Admis	Liste complémentaire	Postes
externe	CAPES A	639	512	68	5	35	5
	deuxième catégorie (privé)	92	61	4	4		7
interne	CAPES A	44	29	10	3	1	3
	deuxième catégorie (privé)	21	17	9	4		11

Les barres d'admissibilité sont identiques pour le CAPES A (public) et le concours de deuxième catégorie (privé).

Notes 2011 (sur 20)	Écrit : moyenne dernier admissible (sur 20)	Écrit + oral : moyenne dernier admis
Externe	7,7	11,68 (public) 10,02 (liste supplémentaire) 10,24 (privé)
Interne	8,2	9,4 (public) 9,56 (privé)

1.3 Textes réglementaires

Des informations générales sont disponibles sur le site du ministère de l'agriculture, de l'alimentation, de la pêche, de la ruralité et de l'aménagement du territoire :
http://www.chlorofil.fr/metiers-recrutements/textes-officiels/recrutement.html

Les épreuves sont définies par l'arrêté du 14 avril 2010 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré agricole et du certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement technique agricole (NOR : AGRS1005171A).

1.3.1 Concours externe

NATURE DES ÉPREUVES	DURÉE	COEFFICIENT
Épreuves écrites d'admissibilité		
1. Culture disciplinaire	5 heures	2
2. Étude de thème	5 heures	2
Épreuves orales d'admission		
3. Exercice pédagogique	Préparation : 3 heures	3
	Exposé : 30 minutes maximum Entretien : 30 minutes maximum	
4. Épreuve professionnelle : exposé et entretien avec le jury	Préparation : 1 heure	3
	Exposé : 15 minutes maximum	

Épreuves écrites d'admissibilité
Les classes de lycées d'enseignement général et technologique agricole constituent le socle de référence du programme des épreuves d'admissibilité.
Les épreuves écrites d'admissibilité visent à évaluer :

- la solidité et l'étendue des connaissances scientifiques du candidat ;
- l'aptitude des candidats à mobiliser ses connaissances dans des contextes variés ;
- les capacités du candidat dans le domaine de l'expression, clarté et précision des raisonnements, qualité de la présentation et de la rédaction.

1. La première épreuve d'admissibilité consiste en une composition pouvant être constituée d'un ou plusieurs problèmes, mobilisant des connaissances disciplinaires dans un ou plusieurs champs.
   Elle vise plus particulièrement à évaluer le candidat sur :
   - sa maîtrise des savoirs et des compétences disciplinaires ;
   - sa capacité à organiser les connaissances. A ce titre, des aspects épistémologiques et historiques de la discipline peuvent être intégrés dans cette épreuve.
2. La deuxième épreuve d'admissibilité porte sur des thèmes abordés dans les référentiels de formation de mathématiques de l'enseignement agricole.
   Elle vise plus particulièrement à évaluer le candidat sur sa capacité à réinvestir les connaissances acquises au cours de sa formation dans la mise en œuvre de ces référentiels de formation.

Épreuves orales d'admission :
Les épreuves d'admission permettent au jury d'apprécier les qualités d'expression orale du candidat, sa conviction dans les points de vue exprimés, son ouverture d'esprit, et finalement sa motivation et son aptitude professionnelle.

3. L'épreuve consiste en la présentation d'une leçon exposée par le candidat sur un thème parmi deux qu'il tire au sort, en relation avec les référentiels de formation des classes de lycée d'enseignement général et technologique agricole. Le candidat élabore une séquence d'enseignement (plan et exercices) cette présentation est suivie d'un entretien avec les membres

du jury portant sur l'exposé réalisé. Pendant la préparation, le candidat peut tirer profit du matériel informatique mis à sa disposition, afin d'illustrer devant le jury certains aspects de sa présentation. Il a également accès aux ouvrages de la bibliothèque du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.
L'épreuve vise à évaluer le candidat sur :

- l'utilisation des connaissances dans le cadre d'un exercice pédagogique ;
- sa capacité à adapter le niveau de la leçon aux élèves susceptibles de lui être confiés ;
- sa capacité à justifier ses choix portant sur les connaissances proposées et l'organisation de la leçon ;
- sa capacité à percevoir les relations possibles des mathématiques avec d'autres disciplines et, d'une façon plus générale, la place des mathématiques dans la formation de l'élève

4. La deuxième épreuve orale d'admission est une épreuve professionnelle. Elle se compose :
   1° D'un exposé en deux parties au cours duquel le candidat présente :
   - dans une première partie, son analyse d'une question tirée au sort (préparation : une heure), en s'appuyant sur un ou plusieurs documents portant sur le thème de l'éducation et de l'enseignement agricole ;
   - dans une seconde, son projet professionnel et ses motivations.

   L'exposé est d'une durée totale de 15 minutes, la première partie ne pouvant excéder 10 minutes.
   2° D'un entretien avec le jury d'une durée de 30 minutes.
   Cette épreuve permet de vérifier que le candidat possède les connaissances, aptitudes et compétences requises :
   - aptitude à communiquer ;
   - ouverture culturelle et qualité de leur réflexion ;
   - connaissances des valeurs et exigences du service public et faculté d'agir en fonctionnaire de l'État de façon éthique et responsable ;
   - intérêt pour le métier d'enseignant et aptitude à se projeter dans l'exercice du métier ;
   - connaissance de l'enseignement agricole, de son environnement, des différents publics et partenaires.

1.3.2 Concours interne

NATURE DES ÉPREUVES	DURÉE	COEFFICIENT
Épreuve écrite d'admissibilité		
1. Étude de thème(s) d'enseignement	5 heures	2
Épreuve orale d'admission		
2. Épreuve professionnelle	Exposé : 15 minutes maximum	3
	Entretien : 40 minutes maximum	

Épreuve écrite d'admissibilité
Les classes de lycées d'enseignement général et technologique agricole constituent le socle de référence du programme de l'épreuve d'admissibilité.
L'épreuve d'admissibilité porte sur des thèmes abordés dans les référentiels de formation de mathématiques de l'enseignement agricole.
Elle vise à évaluer :

- la solidité et l'étendue des connaissances scientifiques du candidat ;
- l'aptitude du candidat à mobiliser ces connaissances dans des contextes variés ;
- les capacités du candidat dans le domaine de l'expression écrite, clarté et précision des raisonnements, qualité de la présentation et de la rédaction ;
- la capacité du candidat à réinvestir les connaissances acquises au cours de son expérience professionnelle dans la mise en œuvre des référentiels de formation.

Épreuve orale d'admission
Il s'agit d'une épreuve sur dossier. Elle consiste en l'analyse d'une situation d'enseignement sans préparation, à partir d'un dossier établi par le candidat portant sur deux thèmes distincts en termes de séquence d'enseignement et de niveau de formation.
L'épreuve comporte un exposé sur un des deux thèmes au choix du jury, suivi d'un entretien.
Elle vise à évaluer le candidat sur :

- la bonne maîtrise du contenu des référentiels de formation des classes où le candidat enseigne et de celui des classes où a vocation à enseigner un professeur certifié ;
- la qualité de la réflexion pédagogique du candidat ;
- les capacités du candidat dans le domaine de l'expression orale, clarté de l'exposé, pertinence de l'argumentation, gestion du tableau.

Cette épreuve permet au jury d'apprécier les compétences pédagogiques du candidat à travers l'analyse d'une situation d'enseignement, son expérience professionnelle, sa conviction dans les points de vue exprimés, son ouverture d'esprit, et finalement sa motivation et son aptitude professionnelle pour le métier de professeur de mathématiques.

2. COMMENTAIRES

2.1 Concours externe

2.1.1 Épreuves écrites

Il est légitime d'attendre des candidats à un concours de recrutement d'enseignants qu'ils se montrent particulièrement attentifs à la correction de l'expression écrite, la précision du vocabulaire et des notations, la clarté et la rigueur de l'argumentation. La plupart des candidats ont rendu des copies de bonne qualité. Il reste malgré tout encore des copies peu soignées qui exigent de la part du correcteur des efforts de lecture trop importants. On note également des fautes de syntaxe inadmissibles de la part de futurs enseignants ainsi que de nombreuses imprécisions dans le vocabulaire et les notations mathématiques. D'autre part, le jury n'apprécie guère les développements comportant des erreurs de calcul qui mènent miraculeusement au résultat attendu.

<u>Première épreuve</u>

Un nombre important de candidats a visiblement été déstabilisé par le thème des probabilités.

Les candidats doivent prendre en compte le préambule de l'énoncé, qui contient des rappels et des définitions essentiels pour comprendre l'énoncé (exemple : vecteur de probabilité).

Partie 1
Question 1 : très peu de candidats justifient correctement le recours à la formule des probabilités totales ; beaucoup semblent ignorer la notion de « système complet d'événements ».
Question 2 : la question a) est très souvent traitée mais beaucoup de candidats ont oublié que tous les coefficients d'une matrice stochastique doivent être positifs. À partir de la question b), rares sont les candidats qui maîtrisent bien les connaissances d'algèbre linéaire requises pour traiter les questions.
Question 3 : les difficultés en algèbre linéaire sont encore présentes ; en particulier, peu de candidats savent bien justifier que la matrice A est diagonalisable et un certain nombre d'entre eux affirment que « A est diagonalisable si et seulement si son déterminant est non nul ».
Question 4 : trop peu de candidats justifient correctement leurs réponses à cette question soit parce qu'ils ne voient pas le rapport entre cette question et les précédentes, soit parce qu'ils ne justifient pas pourquoi ils peuvent avoir recours aux résultats obtenus aux questions précédentes.

Partie 2
Cette partie est rarement bien traitée car la situation étudiée a été souvent mal comprise et seules les questions du type « À l'aide d'une récurrence sur …, démontrer que … » sont abordées par une majorité de candidats. Globalement, les justifications sont souvent insuffisantes, tout particulièrement pour ce qui concerne le dénombrement ; peu de candidats connaissent la formule du triangle de Pascal relative aux coefficients binomiaux.

Partie 3
Les deux premières questions de la partie A sont assez souvent abordées, mais rarement complètement justifiées. Là encore il fallait utiliser la notion de système complet d'événements ; de plus, il fallait être vigilant à la question 2 et ne pas se tromper dans les indices i et j.
La partie B est assez souvent abordée mais très peu de candidats ont su traduire correctement l'hypothèse de proportionnalité, j étant fixé.

Deuxième épreuve (commune avec le concours interne)

Le sujet comporte deux exercices indépendants.
Les deux exercices ont été abordés par la plupart des candidats, le premier étant traité plus en profondeur que le second.

Exercice 1

Le premier exercice, assez classique, consiste à démontrer l'égalité $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$
Il comporte deux parties, les résultats de la première partie devant être utilisés pour la seconde.

Les justifications données sont souvent incomplètes.
En particulier, les conditions nécessaires pour appliquer une propriété ou un théorème sont souvent implicites mais rarement précisées et justifiées avec soin.

La première question de la partie I consiste à démontrer une inégalité. Il fallait pour cela, utiliser l'aire d'un secteur circulaire. Il est très surprenant de voir le manque de recul de nombreux candidats qui ne retrouvent pas cette formule alors que, par ailleurs, ils savent faire des calculs d'intégrales et de sommes relativement complexes.
Le passage de l'inégalité $\sin x \leq x \leq \tan x$ à $\frac{1}{\tan x} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sin x}$ n'est pratiquement jamais justifié.
Pour la question 1b), plusieurs candidats ne se posent pas le problème d'existence de la limite, se contentant d'écrire $\frac{\sin x}{x} \leq 1$ donc $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \leq 1$.
En 2 (a), alors qu'il est précisé dans l'énoncé que la fonction h est définie sur *I*, elle est le plus souvent étudiée sur]0 ; π/2] voire]0 ; π/2[. De manière générale pour h comme pour g, l'étude en 0 est très confuse voire absente.

La partie I et les questions 1, 2, et 3(a) de la partie II, sont en général traitées convenablement.
On note parfois un manque de rigueur dans les équivalences entre inégalités.
Certains candidats ne semblent pas connaître la définition de fonction continue.
La continuité de la fonction Φ en 0 pouvait se justifier soit à l'aide de la notion d'équivalents, soit à l'aide des théorèmes sur les fonctions composées. Trop de candidats utilisent simultanément ces deux notions pour aboutir à une rédaction peu rigoureuse.
Le calcul de la limite de Φ en 0 entraîne souvent la conclusion Φ continue en 0 sans faire référence à $\Phi(0)$.
À travers l'obtention de l'encadrement de la fonction Φ, les candidats manipulent avec plus ou moins de succès la multiplication des inégalités membre à membre.
En 3 (b), beaucoup de candidats effectuent une multiplication d'inégalités portant sur des nombres négatifs.

Les questions 1, 2, et 3(a) de la partie II, sont souvent traitées convenablement.
On peut cependant s'étonner de la légèreté avec laquelle sont souvent confondues monotonie et stricte monotonie des suites.
La recherche du majorant n'est pas toujours bien effectuée.
Dans la question 1 (c), les hypothèses de l'intégration par parties sont presque toujours oubliées.
On constate que les développements limités sont très souvent utilisés pour le calcul de la limite de la question 2(b), alors qu'ils sont mal maîtrisés. Les candidats ne pensent pas faire appel au résultat de la question I.1. (b).
La question 3 (b) n'a pratiquement jamais été correctement traitée.

Exercice 2

Dans cet exercice, la visualisation du problème par une figure géométrique permettait d'avancer pas à pas dans les démonstrations.

Peu de candidats ont traité la dernière question de la partie I.

Les démonstrations par équivalence sont confuses, la plupart des candidats raisonnent par implication et non par équivalence. Ainsi en 2 (b) l'équivalence n'est presque jamais abordée.

La partie II a été la plus largement traitée.

Les calculs sur les nombres complexes, qui étaient parfois fastidieux, ont été assez bien menés.

Le jury est surpris par le manque d'élégance de la justification de $1 + j + j^2 = 0$ ou de $\omega = a - j^2 b - jic$.

Pour beaucoup de candidats, la notion d'angle orienté n'est pas maîtrisée.

La figure a globalement été bien faite mais il est regrettable de trouver des copies de candidats n'utilisant ni règle ni compas pour une telle construction.

La question 2 a fréquemment été traitée mais certaines méthodes sont parfois très longues.

En outre, le jury constate que certains candidats ne font pas clairement le lien entre nombres complexes, longueurs et angles.

En géométrie, lorsque cela est nécessaire, il est toujours intéressant d'accompagner la rédaction d'une démonstration d'une figure pour faciliter sa compréhension.

Certains candidats ne respectent pas les consignes de l'énoncé et ne sont pas surpris de trouver le point F à l'extérieur du triangle. L'existence et l'unicité de ce point est établi à l'aide des nombres complexes.

La question 3 (a) est peu abordée et très rarement correctement traitée.

La question 3 (c) de la partie II et la Partie III ne sont pratiquement jamais abordées.

2.1.2 Épreuves orales

Première épreuve d'admission

Dans le cadre d'un concours de recrutement d'enseignants, le jury attend que :

- la tenue du candidat soit correcte et adaptée ;
- le candidat montre un minimum de dynamisme et d'assurance devant le jury et qu'il sache s'exprimer avec clarté ;
- la présentation du tableau soit organisée ;
- le candidat parvienne à se détacher de ses notes ; en particulier, il doit être capable d'énoncer directement les principaux énoncés (définitions et théorèmes).

Sur le plan mathématique, il est important de soigner la cohérence des pré-requis Les candidats doivent veiller à présenter un plan structuré qui ne prête à aucune confusion ; ordre des notions organisé de façon logique, cohérence avec un (ou des) niveau(x) de classe(s) précisé(s) en début de leçon, etc. La notion de contre-exemple pour certains résultats mathématiques peut être d'une grande pertinence : la connaissance des fonctions « de référence » et de leurs propriétés, tant graphiques qu'analytiques, devrait être acquise.
Le niveau des leçons présentées doit être bien choisi : il est souvent inutile, sinon dangereux, de chercher à se placer dans un cadre dépassant de loin le niveau du lycée. Il convient d'indiquer le niveau auquel se situe la leçon exposée, faute de quoi on risque de se trouver hors sujet.
Le jury constate une grande hétérogénéité dans l'interprétation du « plan » demandé aux candidats. Cela va de la simple déclaration d'intention sans contenu mathématique (en particulier sans le moindre énoncé) à un découpage de la séquence en séances avec pour chacune d'elles, les objectifs, les contenus disciplinaires et les exercices d'application.
Le jury attend des candidats qu'ils soient en mesure de résoudre un exercice portant sur la leçon qu'ils ont exposée, *a fortiori* s'ils ont eux même choisi l'exercice qui apparaît dans la leçon.
En ce qui concerne les programmes, lorsqu'un candidat place une leçon à un certain niveau, il doit impérativement respecter le programme correspondant. Le jury a pu ainsi voir des leçons placées au niveau terminale S reposant sur des théorèmes qui ne sont pas au programme de lycée ou, *a contrario*, qui ne font apparaître que des résultats de seconde. En outre, le jury s'attend à ce que ce qui a été annoncé soit traité. Ainsi, un candidat annonçant qu'il va traiter l'aspect géométrique et l'aspect algébrique d'une notion et qui s'en tient au seul aspect géométrique est fatalement sanctionné.
Il est essentiel de traiter le sujet. Par exemple, un exposé sur « Variables aléatoires à densité » sans une seule définition de cet objet mathématique est fortement pénalisé.
Il est important que le candidat ne réduise pas son exposé à une liste de résultats (par exemple dans l'exposé « Relations métriques et trigonométriques dans un triangle ») et qu'il cherche à donner une cohérence et un fil conducteur à l'ensemble.
Sur des sujets concernant les suites, il y a souvent confusion entre la somme des n premiers termes d'une suite et la somme des termes de 0 à n.
D'une manière générale, les candidats manquent de précision pour les énoncés des définitions, tout particulièrement en probabilités et statistique. On ne peut se contenter de définir l'espérance comme étant : « la valeur que l'on espère avoir ».
On note fréquemment une confusion entre f et $f(x)$.
Le jury déplore que des candidats ne possèdent pas certaines méthodes de travail ou connaissances indispensables à un professeur de mathématique.

L'usage des ouvrages mis à la disposition des candidats exige un minimum de précautions. Il est difficile d'organiser une leçon en y incorporant plusieurs parties d'un même chapitre relevées dans différents ouvrages : l'ordre logique d'exposition des notions n'est pas forcément le même et l'on a pu voir des candidats confondre définition et théorème et être incapables d'y remédier car leur plan ne le leur permettait pas ! La cohérence des notations utilisées a pu aussi être affectée par ces choix.

L'utilisation des TICE doit favoriser la mise en œuvre d'éléments de réflexion pertinents sur le plan

pédagogique. Il s'agit de montrer comment l'outil vient au service de la compréhension de la notion, et non de plaquer une utilisation sans avoir réfléchi à ces aspects. La majorité des candidats se contente d'utiliser l'outil informatique pour projeter un diaporama présentant le plan et quelques énoncés d'exercices. Les candidats ayant utilisé à bon escient les logiciels dédiés aux mathématiques ont été valorisés.
L'algorithmique très présente dans les nouveaux programmes a été totalement absente des exposés.

Il est important que les candidats soient conscients qu'ils se présentent à un concours de recrutement d'enseignants. En conséquence, il est primordial de regarder le jury, d'utiliser au mieux le tableau, tout en prenant du recul par rapport à ses notes. Une bonne élocution et un vocabulaire adapté sont indispensables.

En conclusion, cette nouvelle épreuve avec trois heures de préparation et les manuels autorisés, est un exercice difficile. Il faut la préparer soigneusement tout au long de l'année afin de pouvoir montrer l'étendue de sa réflexion et présenter des leçons claires, structurées et bien illustrées.

Deuxième épreuve d'admission

Au cours de cette épreuve, le jury attend que les réponses s'appuient, d'une part, sur une réflexion personnelle des candidats et, d'autre part, sur un minimum de connaissance des principaux textes officiels relatifs au métier de professeur.
Le jury note une méconnaissance générale des diverses instances du lycée ainsi que des fonctions des divers personnels des établissements. Les connaissances des candidats sur le système éducatif et les spécificités de l'enseignement agricole s'avèrent limitées.
Le jury demande que le candidat se positionne comme un futur adulte référent pour les jeunes qui lui seront confiés : il devra donc faire preuve de réflexion, être capable de montrer qu'il peut évoluer dans ses conceptions, même s'il n'est pas encore capable de maîtriser l'ensemble des domaines évoqués, ce qui est normal.
L'ouverture d'esprit, la capacité à travailler en équipe, la prise en compte des jeunes dans leur globalité, sont des qualités essentielles.
Le candidat doit prendre appui sur ses expériences personnelles pour imaginer leur transfert dans le métier d'enseignant.
Cette nouvelle épreuve a déstabilisé plusieurs candidats qui utilisent rarement les quinze minutes qu'ils ont à leur disposition et ne savent pas toujours comment présenter leur exposé (debout, assis, au tableau). Le plus souvent les exposés sont confus et assez pauvres.
Il apparaît qu'un nombre trop important de candidats n'a pas préparé cette épreuve et se trouve souvent démuni au cours de sa présentation, n'utilisant pas plus de la moitié du temps imparti.

Cependant l'exposé du projet professionnel a permis à certains de montrer de réelles aptitudes à communiquer au-delà du champ disciplinaire et à transmettre leur passion pour le métier d'enseignant. La plupart ont réalisé des stages plus ou moins longs dans un établissement et ont effectué quelques heures de cours en responsabilité. Certains en ont retiré un grand profit et ont pu montrer une réflexion pertinente et du recul sur la fonction d'enseignant.

Cette épreuve demande donc une préparation minutieuse afin de bien connaître le système éducatif. Le candidat doit pouvoir en commenter les principaux aspects : les rôles des différents personnels, l'organisation générale des établissements, l'orientation des élèves, les dispositifs d'accompagnement, les contrôles en cours de formation, etc.
En outre, le candidat doit être capable d'exposer avec conviction ses motivations réelles pour l'enseignement au delà de quelques formules générales.
A partir de la réponse à la question posée, le jury évalue les capacités du candidat et ses motivations réelles : capacité d'écoute, aptitude au travail en équipe, positionnement en tant qu'adulte, prises de position argumentée et équilibrée, ouverture aux autres, capacité d'auto-critique, etc.

2.2 Concours interne

2.2.1 Épreuve écrite

Le sujet est le même que celui de la deuxième épreuve du concours externe.
Pour les commentaires, se reporter à la partie 2.1.1. pages 8 et 9.

2.2.2 Épreuve orale

Cette épreuve vise à évaluer :
- la bonne maîtrise du contenu des programmes des classes où le candidat enseigne et de celui des classes où a vocation à enseigner un professeur certifié ;
- la qualité de la réflexion pédagogique du candidat ;
- les capacités du candidat dans le domaine de l'expression orale: structuration de la présentation, clarté de l'exposé, pertinence de l'argumentation, autonomie par rapport au dossier, tenue et gestion du tableau.

L'épreuve se déroule sans préparation. Le jury choisit l'un des deux dossiers proposés par le candidat. Celui-ci dispose de quinze minutes pour en faire une présentation durant laquelle il peut exposer le contexte de son travail, motiver ses choix, illustrer sa démarche.
L'évaluation se fonde sur l'exposé et l'entretien ; le dossier n'est pas évalué en tant que tel, mais il apparaît clairement qu'un dossier mal préparé donne forcément lieu à une prestation médiocre.

Le jury attend du candidat qu'il mette en valeur les compétences pédagogiques acquises au fil de son parcours professionnel : analyse des difficultés rencontrées par les élèves sur le thème considéré, pistes pour y remédier, etc.
Il va de soi que ces compétences sont indissociables de connaissances mathématiques solides.
Compte tenu du niveau auquel il pourra être amené à enseigner, le candidat ne doit pas se montrer surpris que le jury attende de sa part un minimum de rigueur et de clarté dans son exposé, ainsi qu'une certaine cohérence par rapport aux contenus.
Il est également important qu'il fasse la preuve de sa capacité à hiérarchiser les différents éléments de sa présentation, en distinguant l'essentiel de l'accessoire et en soulignant efficacement les aspects qu'il considère comme les plus importants.

Durant l'exposé :
- peu de candidats exploitent pleinement les 15 minutes et certains oublient qu'ils peuvent utiliser le tableau. ;
- outre la présentation du dossier, le jury apprécie lorsque le candidat se présente et se situe dans son parcours professionnel ;
- il n'y a pas de modèle unique de structuration d'une séance, le candidat doit mettre en évidence son aptitude à adapter la structure de la séance, les supports utilisés, etc. en fonction des objectifs et du public visés ;
- le candidat peut terminer en proposant plusieurs méthodes pour rédiger la solution d'un exercice de son dossier ou encore proposer et argumenter des exercices de remédiation pour les élèves en difficulté.

Lors de l'entretien, le jury peut être amené à demander au candidat de :
- préciser un ou plusieurs points de l'exposé ;
- faire énoncer une définition ou un théorème en lien avec le thème du dossier ;
- rédiger la réponse à un exercice sur le thème du dossier ;
- démontrer un théorème en liaison avec le thème du dossier ;
- faire état des prolongements du thème dans d'autres filières.

Les candidats n'ayant jamais enseigné ou qui enseignent uniquement en lycée professionnel agricole, voire uniquement en 4e ou 3e, présentent des séquences qu'ils n'ont jamais testées. L'exercice est périlleux à la fois sur le plan de la discipline et sur celui de la pédagogie. Il serait bon qu'ils assistent à des cours dans les classes où un professeur certifié a vocation à enseigner et travaillent avec des collègues qui interviennent dans ces classes pour cerner les exigences disciplinaires, les difficultés que peuvent rencontrer les élèves, les démarches pédagogiques à mettre en œuvre pour atteindre les objectifs des référentiels…..

Le jury attend un minimum de connaissances mathématiques. En particulier, les candidats qui présentent un dossier sur un sujet qu'ils ne dominent pas sont particulièrement pénalisés. Il est essentiel de construire soi-même ses dossiers de s'appuyer sur sa propre expérience.

Concernant les statistiques et les probabilités les connaissances et leur maitrise sont très fragiles.

Certaines activités sont issues intégralement de documents ressources. Ceci n'est pas rédhibitoire mais le jury est en droit d'attendre des candidats qu'ils en aient fait préalablement une étude approfondie en portant un regard critique.

3. SUJETS

3.1 Énoncé de la première épreuve écrite

<u>PREMIERE ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ</u>

Culture disciplinaire

Coefficient : 2 – Durée : 5 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices de poche est autorisé, à condition qu'elles soient à fonctionnement autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

Le sujet comporte cinq pages.

Objectifs :

On s'intéresse dans ce problème à quelques propriétés des matrices stochastiques et certaines de leurs applications en probabilité .

Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Notations et prérequis

Etant donné un entier naturel n supérieur ou égal à 1, on désigne par $M_n(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels à n lignes et n colonnes et par $M_{n,1}(\mathbb{R})$ l'ensemble des vecteurs colonnes à n lignes.

Dans l'univers probabilisé $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$, si $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ tel que $P(A) \neq 0$, on note P_A la probabilité conditionnée par l'évènement A et pour tout $B \in \mathcal{P}(\Omega), P_A(B)$ la probabilité que B se réalise sachant que A est réalisé.

Une matrice est dite *positive* si tous ses coefficients sont des nombres réels positifs ou nuls ; elle est dite *strictement positive* si tous ses coefficients sont des nombres réels strictement positifs.

Une matrice colonne $V \in M_{n,1}(\mathbb{R})$ est dite *vecteur de probabilité* si V est positif et si $\sum\limits_{j=1}^{n} v_j = 1$.

Une matrice $A = (a_{i,j})_{1\leq i\leq n, 1\leq j\leq n} \in M_n(\mathbb{R})$ est dite *stochastique* si elle est positive et si la somme des coefficients de chacune de ses colonnes est égale à 1, c'est à dire : $\forall j \in \{1, ..., n\}, \sum\limits_{i=1}^{n} a_{i,j} = 1$.

Soit $P = \sum\limits_{k=0}^{m} a_k X^k$ un polynôme de $\mathbb{R}[X]$.

On rappelle que, pour toute matrice A de $M_n(\mathbb{R})$, $P(A) = a_0 I_n + a_1 A + ... + a_m A^m$, où I_n désigne la matrice unité de $M_n(\mathbb{R})$.

On rappelle que si P et Q sont deux polynômes de $\mathbb{R}[X]$ et si A est une matrice de $M_n(\mathbb{R})$, alors :

$$(PQ)(A) = P(A)Q(A).$$

On dit que la suite de matrices $(A_k)_{k\in\mathbb{N}}$ de $M_n(\mathbb{R})$ converge vers la matrice A de $M_n(\mathbb{R})$ si et seulement si les n^2 suites réelles définies par les coefficients des matrices A_k convergent vers les coefficients respectifs de A .

On rappelle que si les suites de matrices (A_k) et (A'_k) convergent vers A et A' alors les suites $(A_k + A'_k)$ et $(A_k A'_k)$ convergent respectivement vers $A + A'$ et AA'.

Partie 1 : Matrices stochastiques d'ordre 2 .

Soient a et b deux éléments de $[0, 1]$.

1. Dans l'univers probabilisé $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$, on considère la suite de variables de Bernoulli $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ où chaque X_n est de paramètre p_n, avec $p_n = P(X_n = 1) \in [0; 1]$ telles que :

$$\left\{ \begin{array}{c} P(X_0 = 1) = p_0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, P_{(X_n=1)}(X_{n+1} = 1) = a \text{ et } P_{(X_n=0)}(X_{n+1} = 0) = 1 - b \end{array} \right\}$$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $q_n = 1 - p_n$.

   a. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, p_{n+1} en fonction de p_n et q_n.

   b. En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $p_{n+1} = (a - b)p_n + b$.

c. Que peut-on dire de la suite $(p_n)_{n\in\mathbb{N}}$ si $a-b=0$?

d. Démontrer que si $a-b=1$, alors la suite $(p_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est constante.

e. On s'intéresse maintenant aux cas où $a-b\neq 1$ et $a-b\neq 0$

(i) Démontrer que, pour tout $n\in\mathbb{N}, p_n=(p_0-p)(a-b)^n+p$, où $p=\dfrac{b}{1-a+b}$.

(ii) Dans le cas où $a-b=-1$, étudier la convergence de la suite $(p_n)_{n\in\mathbb{N}}$ selon les valeurs de p_0.

(iii) Dans les cas où $a-b\neq -1$, montrer que $(p_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente vers une limite indépendante de p_0.

2. On pose, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $Y_n=\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$

a. Déterminer la matrice $A\in M_2(\mathbb{R})$ telle que, pour tout $n\in\mathbb{N}, Y_{n+1}=AY_n$ puis montrer que A est stochastique. Justifier que toute matrice stochastique de $M_2(\mathbb{R})$ s'écrit sous la forme de A.

b. Que peut-on dire de A si $a-b=1$?

c. Démontrer que $P_c=(X-1)(X+b-a)$ est le polynôme caractéristique de A.

d. Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, exprimer en fonction de a et b, lorsque $a-b\neq 1$, le reste de la division euclidienne de X^n par P_c .

e. A l'aide du théorème de Cayley-Hamilton, en déduire que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$,

$$A^n=\begin{pmatrix} \dfrac{(a-1)(a-b)^n-b}{a-b-1} & b\dfrac{(a-b)^n-1}{a-b-1} \\ (1-a)\dfrac{(a-b)^n-1}{a-b-1} & \dfrac{(a-1)-b(a-b)^n}{a-b-1} \end{pmatrix}.$$

f. A quelle condition la suite matricielle (A^n) converge–t-elle ?

3. a. Montrer que A est diagonalisable.

b. Déterminer les sous-espaces vectoriels propres associés aux valeurs propres de A.

c. Dans quels cas existe-t-il un unique vecteur de probabilité invariant par A ?

4. Application : Un commerçant dispose d'un stock de plantes à fleur rose ou blanche veinée de rose. Chacune des plantes fleurit une fois par an.

Pour tout entier naturel n :

-si l'année n, la plante a donné une fleur rose, alors l'année $n+1$, elle donnera une fleur rose avec une probabilité de $\dfrac{2}{3}$.

-si l'année n, la plante a donné une fleur blanche veinée de rose, alors l'année $n+1$, elle donnera une fleur blanche veinée de rose avec une probabilité de $\dfrac{6}{7}$.

Les plantes à fleurs blanches veinées de rose étant plus esthétiques, sont vendues beaucoup plus cher.

Un premier client achète 90 plantes à fleur blanche veinée de rose et 10 à fleur rose.

Un deuxième client achète 10 plantes à fleur blanche veinée de rose et 90 à fleur rose.

On appelle u_n (respectivement v_n) la probabilité que le premier client (respectivement le deuxième client) obtienne une plante à fleurs blanches veinées de rose en prenant au hasard une des plantes de son stock l'année n.

a. Préciser u_0 et v_0, exprimer pour tout $n\in\mathbb{N}, u_n$ et v_n en fonction de n puis calculer u_5 et v_5.

b. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n)$. Commenter les résultats obtenus.

c. Quelle proportion de plantes à fleur blanche veinée de rose un client devrait-il acheter afin que la probabilité d'obtenir une plante à fleurs blanches veinées de rose soit égale à cette même proportion à chaque fleurissement ?

Partie 2 : Combinaisons avec répétition, matrices stochastiques à coefficients rationnels .

Soient n et p deux entiers naturels non nuls et E un ensemble de cardinal n.

On rappelle que $\binom{n}{p}$ désigne le nombre de combinaisons de p éléments de E.

On appelle combinaison avec répétition de p éléments de E toute collection de p éléments de E, non ordonnés, et non nécessairement distincts.

Par exemple,

si $E = \{a, b, c, d\}$,

abc, aac, bdd, ccc sont des combinaisons avec répétition de 3 éléments de E.

aca, aac et caa désignent la même combinaison avec répétition.

On note Γ_n^p le nombre de combinaison avec répétition de p éléments de E.

On remarquera que toute combinaison de p éléments de E est une combinaison avec répétition de p éléments de E et que contrairement aux combinaisons, si $p > n$, on n'a pas $\Gamma_n^p = 0$

1. Calculer, puis exprimer Γ_n^p sous la forme d'un coefficient binomial pour $p = 1$ et 2.

2. Dans toute cette question, on prend n supérieur ou égal à 2. On veut démontrer que $\Gamma_n^p = \binom{n+p-1}{p}$.

   Soit x un élément donné de E.

   a. Déterminer le nombre de combinaisons avec répétition de p éléments de E ne contenant pas x.

   b. En déduire que $\Gamma_n^p = \Gamma_n^{p-1} + \Gamma_{n-1}^p$.

   c. En déduire que $\Gamma_n^p = n + \sum_{k=2}^{p} \Gamma_{n-1}^k$.

   d. A l'aide d'une récurrence sur p, démontrer que pour tout entier naturel p,
   $$\sum_{k=0}^{p} \binom{n+k-2}{k} = \binom{n+p-1}{p}$$

   e. A l'aide d'une récurrence sur n, démontrer alors le résultat demandé.

3. Application : on veut ranger p boules dans n tiroirs ; combien y-a-t-il de rangements possibles si :

   a. Les boules sont numérotées de 1 à p et on ne peut ranger qu'au plus une boule dans un tiroir donné.

   b. Les boules sont numérotées de 1 à p et on peut ranger autant de boules qu'on le veut dans un tiroir donné.

   c. Les boules sont indifférentiables et on ne peut ranger au plus qu'une boule dans un tiroir donné.

   d. Les boules sont indifférentiables et on peut ranger autant de boules qu'on le veut dans un tiroir donné.

4. On cherche à dénombrer les matrices stochastiques de $M_n(\mathbb{R})$ dont tous les coefficients sont rationnels et ont pour dénominateur p.

   a. Soit F l'ensemble des applications f de E dans $\{0, ..., p\}$ telles que $\sum_{x \in E} f(x) = p$. Montrer qu'il existe une bijection de F dans l'ensemble des combinaisons avec répétition de p éléments de E.

b. En déduire que le nombre de suites de n entiers naturels dont la somme est égale à p est Γ_n^p.

c. En déduire le nombre de matrices stochastiques de $M_n(\mathbb{R})$ dont tous les coefficients sont rationnels et ont pour dénominateur p.

Partie 3 : Matrices stochastiques et probabilités.

A/ Cas général :

Soit $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ un espace probabilisé, soit r un entier naturel supérieur ou égal à 2 et soit $E = \{e_1, ..., e_r\}$ un sous-ensemble de $\mathbb{R}$ tel que $e_1 < ... < e_r$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}, Z_n$ est une variable aléatoire définie sur Ω telle que :

$$\begin{cases} Z_n(\Omega) = E \text{ et } \forall j \in \{1, ..., r\}, P(Z_0 = e_j) \neq 0 \\ \forall (i,j) \in \{1, ..., r\}^2, P_{(Z_n = e_j)}(Z_{n+1} = e_i) = p_{i,j} \text{ avec } p_{i,j} > 0 \end{cases}$$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $\Pi_n = \begin{pmatrix} P(Z_n = e_1) \\ \vdots \\ P(Z_n = e_r) \end{pmatrix} \in M_{r,1}(\mathbb{R})$ et on appelle matrice de transition de l'état n à l'état $n+1$ la matrice $A = (p_{i,j})_{1 \leq i \leq r, 1 \leq j \leq r} \in M_r(\mathbb{R})$

1. Montrer que A est stochastique.
2. Justifier que : $\forall n \in \mathbb{N}, \forall j \in \{1, ..., r\}, P(Z_{n+1} = e_j) = \sum_{i=1}^{r} P(Z_n = e_i) \times P_{(Z_n = e_i)}(Z_{n+1} = e_j)$.
3. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}, \Pi_{n+1} = A\Pi_n$.
4. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}, \Pi_n = A^n \Pi_0$.

B/ Application à un cas particulier :

La plupart des pays, afin de pouvoir emprunter, sont évalués par des agences de notation. On considère pour simplifier que ces agences décernent chaque année pour chaque pays une note entière comprise entre 1 et 3, correspondant au degré de confiance qu'on peut accorder à ce pays quant à ses capacités de remboursement d'un prêt qu'on lui accorderait.

Si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on appelle Z_n la variable aléatoire égale à la note obtenue par un pays donné l'année n, la connaissance de la matrice de transition de l'année n à l'année $n+1$ permet d'anticiper sur la note que pourrait obtenir ce pays connaissant la probabilité initiale qu'a celui-ci d'obtenir chacune des différentes notes.

Supposons que pour un pays donné, on ait, pour tout j fixé dans $\{1, 2, 3\}$, $P_{(Z_n = j)}(Z_{n+1} = j) = \dfrac{9}{10}$ et si $i \neq j$, les $P_{(Z_n = j)}(Z_{n+1} = i)$ sont proportionnels à $\dfrac{1}{|i-j|}$.

Démontrer que la matrice de transition de l'année n à l'année $n+1$ est : $A = \dfrac{1}{60} \begin{pmatrix} 54 & 3 & 2 \\ 4 & 54 & 4 \\ 2 & 3 & 54 \end{pmatrix}$

3.2 Énoncé de la deuxième épreuve écrite
(épreuve unique du concours interne)

<u>DEUXIÈME ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ</u>

Étude de thèmes

Coefficient : 2 – Durée : 5 heures

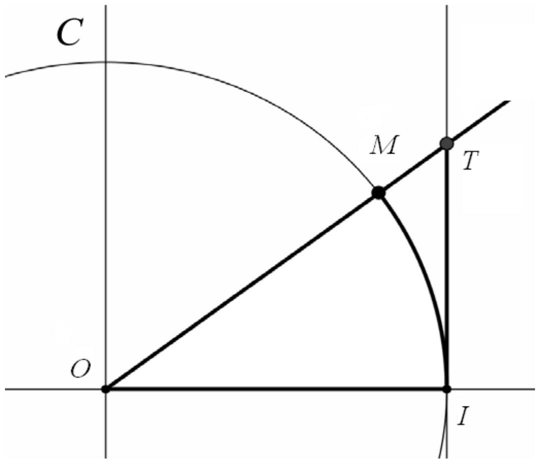
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices de poche est autorisé, à condition qu'elles soient à fonctionnement autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

Le sujet comporte cinq pages.
Il est composé de deux exercices indépendants l'un de l'autre.

Exercice 1

Partie I

1. Dans un plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormal direct d'origine O, C désigne le cercle trigonométrique de centre O et d'origine I.
   M désigne le point d'abscisse curviligne x où x est un réel appartenant à l'intervalle $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$.
   T est le point d'intersection de la demi droite $[OM)$ avec la tangente à C issue du point I.



   (a) En comparant les aires de trois domaines plans, démontrer que :

   $$\sin(x) \leq x \leq \tan(x)$$

   (b) En déduire la limite de $\dfrac{\sin(x)}{x}$ lorsque x tend vers 0.

2. On considère la fonction g définie sur $I = [0; \frac{\pi}{2}]$ par :

   $$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad x = 0 \\ \dfrac{\sin(x)}{x} & \text{si} \quad x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

   (a) Dresser le tableau des variations de g sur I.
   <u>Indication</u> : on pourra être amené à étudier les variations de la fonction h définie sur I par $h(x) = x\cos(x) - \sin(x)$.

   (b) En déduire un encadrement de la fonction $\dfrac{1}{g}$ sur I.

3. On considère la fonction Φ définie sur $[0; \pi]$ par :

   $$\Phi(t) = \begin{cases} -1 & \text{si} \quad t = 0 \\ \dfrac{\frac{t^2}{2\pi} - t}{2\sin\left(\frac{t}{2}\right)} & \text{si} \quad t \in]0; \pi] \end{cases}$$

   (a) Vérifier que Φ est continue en 0.

   (b) Démontrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[0; \pi]$, on a : $-\dfrac{\pi}{2} \leq \Phi(t) \leq -\dfrac{1}{2}$.

Partie II - Calcul de $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2}$

1. Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on note : $u_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$.

   (a) Montrer que la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est strictement croissante.

   (b) Montrer que, pour tout entier naturel k supérieur ou égal à 2, on a : $\dfrac{1}{k^2} \leq \dfrac{1}{k-1} - \dfrac{1}{k}$.
   En déduire que la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est convergente.

   (c) Soit k un entier naturel supérieur ou égal à 1 et $A_k = \displaystyle\int_0^{\pi} \left(\frac{t^2}{2\pi} - t\right) \cos(kt)\,\mathrm{d}t$.
   Démontrer que $A_k = \dfrac{1}{k^2}$.

2. Pour tout entier naturel $n \geq 1$ et pour tout réel $t \in [0;\pi]$, on pose : $D_n(t) = \dfrac{1}{2} \displaystyle\sum_{k=-n}^{n} e^{ikt}$

   où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

   (a) Démontrer que, pour tout réel t de l'intervalle $]0;\pi]$, $D_n(t) = \dfrac{\sin\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\, t\right]}{2\sin\left(\frac{t}{2}\right)}$.
   <u>*Indication*</u> *: on remarquera que $D_n(t)$ est une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.*

   (b) La fonction D_n est-elle continue en 0 ?

3. (a) Démontrer que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on a :

$$D_n(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n} \cos(kt) \quad \text{puis que} \quad u_n = \frac{\pi^2}{6} + \int_0^{\pi} \left(\frac{t^2}{2\pi} - t\right) D_n(t)\,\mathrm{d}t\,.$$

   (b) Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on pose :

$$v_n = \int_0^{\pi} \sin\left[\left(n+\frac{1}{2}\right) t\right] \Phi(t)\,\mathrm{d}t$$

   où Φ est la fonction introduite dans la partie I, dont on admettra qu'elle est de classe C^1 sur l'intervalle $[0;\pi]$.
   Démontrer que la suite $(v_n)_{n\geq 1}$ converge vers 0 .

   (c) En déduire l'égalité : $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

Exercice 2

Pour l'ensemble du problème, on se place dans un plan affine euclidien orienté.
Les mesures des angles sont exprimées en radians.

Partie I - Préliminaires

On rappelle que des points M, N, P, Q non alignés et distincts deux à deux appartiennent à un même cercle si et seulement si $\left(\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}\right) = \left(\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{NQ}\right)$, modulo π.

Soit un triangle IJK équilatéral. On suppose les points I, J et K non confondus.

Soit (Γ) le cercle circonscrit au triangle IJK et $\overset{\frown}{IJ}$ l'arc du cercle (Γ) d'extrémités I et J incluses, ne contenant pas le point K.
Soit M un point quelconque du plan.
Soit r_I la rotation de centre I telle que $K = r_I(J)$.
Soit $M_1 = r_I(M)$.

1. (a) Démontrer que $MI + MJ = MM_1 + M_1K$.
   (b) En déduire que $MI + MJ \geq MK$.
2. (a) Démontrer que $MI + MJ = MK$ si et seulement si M_1 appartient au segment $[MK]$.
   (b) Démontrer que $MI + MJ = MK$ si et seulement si M appartient à l'arc de cercle $\overset{\frown}{IJ}$.

Partie II

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
Le point de coordonnées (x, y) est caractérisé par son affixe, le nombre complexe $z = x + iy$.
Soient a, b, c trois nombres strictement positifs et A, B, C les points du plan d'affixes respectives : $-a$, b et ic.
On suppose que la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right)$ appartient à l'intervalle $\left]0; \dfrac{2\pi}{3}\right[$.
Soit j le nombre complexe $j = \exp\left(i\dfrac{2\pi}{3}\right)$.
Soient A', B', C' les points du plan d'affixes respectives :

$$ic + \exp\left(i\frac{\pi}{3}\right)(b - ic), \quad -a + \exp\left(i\frac{\pi}{3}\right)(ic + a), \quad b + \exp\left(i\frac{\pi}{3}\right)(-a - b).$$

$\omega, \omega', \omega''$ désignent les affixes respectives des vecteurs $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$.

1. (a) Déterminer la nature des trois triangles CBA', ACB' et BAC'.
   (b) Construire une figure et tracer les trois droites (AA'), (BB'), (CC').
2. (a) Calculer $1 + j + j^2$.
   (b) Démontrer que $\omega = a - j^2 b - j\,i\,c$.
   (c) Démontrer que $\omega' = j\omega$ et $\omega'' = j^2\omega$.
   (d) Justifier que les droites (AA') et (BB') sont sécantes.
   (e) Vérifier que $\left(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BB'}\right) = \dfrac{2\pi}{3}$, modulo 2π, puis que $AA' = BB' = CC'$.

3. (a) Démontrer que toute droite passant par un point M_0 d'affixe z_0 admet une équation complexe de la forme $u(\bar{z}-\bar{z}_0)-\bar{u}(z-z_0)=0$, où z est l'affixe d'un point quelconque de la droite et u l'affixe d'un vecteur directeur.

   (b) Démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') admettent pour équations respectives :

$$\omega(\bar{z}+a)-\bar{\omega}(z+a)=0$$

$$\omega j(\bar{z}-b)-\bar{\omega}j^2(z-b)=0$$

$$\omega j^2(\bar{z}+ic)-\bar{\omega}j(z-ic)=0$$

   (c) Démontrer que les trois droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes en un point F. L'affixe du point F n'est pas demandée.

Partie III

On admet que le point F est situé à l'intérieur du triangle ABC.

1. (a) Démontrer que $\left(\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FA'}\right)=\frac{\pi}{3}$, modulo 2π.

   (b) En déduire que le point F appartient au cercle circonscrit au triangle CBA'.

Dans la suite, on pourra utiliser les résultats établis dans les préliminaires.

2. Soit f l'application définie pour tout point M du plan par $f(M)=MA+MB+MC$.

   (a) Démontrer que $f(F)=AA'$.

   (b) Démontrer que, pour tout point M du plan, $f(M)\geq AA'$, puis que si M n'appartient pas à la droite (AA') alors $f(M)>AA'$.

   (c) En déduire que, pour tout point M du plan, distinct de F, $f(M)>AA'$.

3. Démontrer que f admet un minimum, atteint en un seul point du plan.

3.3 Liste des sujets de la première épreuve orale

2. Techniques de dénombrement.
3. Coefficients binomiaux.
4. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
5. Variable aléatoire discrète.
6. Loi binomiale.
7. Variable aléatoire réelle à densité.
8. Statistique descriptive à une variable.
9. Séries statistiques à deux variables numériques.
10. Estimation, ponctuelle ou par intervalle de confiance, d'un paramètre, tests d'hypothèse.
16. Équations du second degré à coefficients réels ou complexes.
17. Module et argument d'un nombre complexe.
18. Transformations planes et nombres complexes.
19. Exemples d'utilisation des nombres complexes.
23. Systèmes d'équations et systèmes d'inéquations.
24. Droites du plan.
25. Droites et plans de l'espace.
26. Droites remarquables du triangle.
27. Le cercle.
28. Solides de l'espace.
29. Barycentre.
30. Produit scalaire.
32. Trigonométrie.
33. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle.
34. Produit vectoriel, produit mixte.
35. Homothéties et translations.
36. Isométries planes.
37. Similitudes planes.
38. Problèmes de constructions géométriques.
39. Problèmes de lieux géométriques.
40. L'orthogonalité.
41. Suites monotones.
42. Convergence de suites réelles.
43. Suites arithmétiques, suites géométriques.
44. Suites de terme général a^n, n^p et $\ln n$ ($a \in \mathrm{R}^{+*}$; $p \in \mathrm{N}$; $n \in \mathrm{N}^*$).
45. Suites de nombres réels définies par une relation de récurrence.
46. Problèmes conduisant à l'étude de suites.
47. Limite d'une fonction réelle de variable réelle.
48. Théorème des valeurs intermédiaires.
49. Dérivabilité.
50. Fonctions polynômes du second degré.
51. Fonctions logarithmes.
52. Fonctions exponentielles.
53. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto \mathrm{e}^x$, $x \mapsto x^a$, $x \mapsto \ln x$.
54. Courbes planes définies par des équations paramétriques.
55. Intégrales, primitives.
56. Techniques de calcul d'intégrales.
57. Équations différentielles.
58. Problèmes conduisant à la résolution d'équations différentielles.
59. Problèmes conduisant à l'étude de fonctions.
65. Exemples d'études de courbes.
66. Aires.
67. Exemples d'algorithmes.
68. Exemples d'utilisation d'un tableur.
69. Les différents types de raisonnement en mathématiques.
70. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.

3.4 Énoncés de la deuxième épreuve orale

Thème : le professeur principal

Circulaire n° 93-087 du 21 janvier 1993
NOR: MENL9350040C

(...)

1..LE SUIVI ET L'INFORMATION DES ÉLÈVES

Le professeur principal avec l'équipe pédagogique fait régulièrement la synthèse de la situation de l'élève, en y associant le conseiller d'orientation psychologue, le conseiller ou le conseiller principal d'éducation, l'élève lui-même et sa famille, éventuellement le médecin scolaire, l'infirmière et l'assistante sociale.

Ces synthèses régulières permettent de préparer les conseils de classe et contribuent à un suivi plus personnalisé des élèves par chacun des enseignants des différentes disciplines.

Si le professeur principal est chargé d'impulser et de coordonner les actions d'information pour les élèves, il appartient cependant à chaque membre de l'équipe pédagogique, dans le cadre de sa discipline, d'aider les élèves à accéder à l'information sur les études et les métiers.

Le professeur principal et l'équipe pédagogique travaillent en collaboration avec le centre de documentation et d'information (CDI) et le centre d'information et d'orientation (CIO). Ils s'appuient sur la documentation fournie par l'Office national d'information sur les enseignements et les professions (ONISEP) et la délégation régionale (DRONISEP), ainsi que sur celle élaborée par les professions.

2. L'ORIENTATION

Le professeur principal facilite l'élaboration par l'équipe pédagogique des synthèses nécessaires à la formulation des avis d'orientation rendus en conseil de classe.

Il concourt au développement du dialogue entre les enseignants, le conseiller d'orientation psychologue, les élèves et leurs parents. Il contribue à la mise en oeuvre du suivi continu des résultats scolaires et des actions d'information et d'aide à la préparation progressive des choix d'orientation.

Pour les élèves recherchant une insertion professionnelle, le professeur principal participe au dispositif mis en place par le chef d'établissement pour aider les jeunes dans leurs démarches de recherche d'emploi ou d'accès aux mesures spécifiques d'adaptation à l'emploi ou de qualification, en relation avec le CIO.

(...)

QUESTION

Préciser le rôle que vous souhaitez tenir si votre chef d'établissement vous confie la mission de professeur principal.

Thème : le tutorat

Circulaire n° 2010-011 du 29-1-2010
NOR : MENE1002844C

La présente circulaire a pour objet de définir les objectifs généraux et les modalités du tutorat dans les classes des lycées d'enseignement général et technologique et des lycées professionnels.
Le tutorat concerne l'ensemble des classes de ces lycées avec une mise en œuvre progressive dès la rentrée 2010 pour la classe de seconde.

I - Mise en place du tutorat dans l'établissement

Après consultation du conseil pédagogique et du conseil des délégués pour la vie lycéenne, les modalités d'organisation du tutorat, qui précisent notamment le nombre maximum d'élèves que peut encadrer chaque tuteur, sont arrêtées par le chef d'établissement puis intégrées dans le projet d'établissement soumis à l'approbation du conseil d'administration. Mises en œuvre par le chef d'établissement en lien avec les équipes pédagogiques, ces modalités d'organisation font l'objet d'une évaluation en fin d'année scolaire.
Sauf circonstance particulière, notamment en cas de mutation du tuteur dans un autre établissement, l'élève est suivi par le même tuteur durant toute sa scolarité au lycée.
Le tutorat est assuré sur la base du volontariat par des enseignants, dont les documentalistes, ou des conseillers principaux d'éducation.
Les responsables légaux de l'élève sont informés de la mise en place et des modalités du tutorat.
Le tuteur bénéficie d'une indemnité de tutorat proportionnelle au nombre d'élèves suivis selon des modalités qui seront définies par un décret à paraître.

II. Modalités et contenus

Le lycée doit informer chaque élève de la possibilité d'être conseillé et guidé par un tuteur dans son parcours de formation et d'orientation, tout au long de sa scolarité au lycée.
Le tutorat s'articule avec les dispositifs existants : l'accompagnement personnalisé, le parcours de découverte des métiers et des formations, les entretiens personnalisés d'orientation, le passeport orientation formation, les stages de remise à niveau et les stages passerelles.
Il prend en compte l'expérience acquise par l'élève en dehors de l'établissement.
Le tuteur :

- aide le lycéen dans l'élaboration de son parcours de formation et d'orientation ;
- assure un suivi tout au long de ce parcours, en coopération avec les différents acteurs de l'équipe éducative, notamment avec le professeur principal et le conseiller d'orientation psychologue, auquel le tuteur ne se substitue pas ;
- guide l'élève vers les ressources disponibles, tant internes qu'externes à l'établissement ;
- aide l'élève à s'informer sur les poursuites d'études dans l'enseignement supérieur.

Les moments où le tuteur rencontre les élèves qu'il suit doivent, dans toute la mesure du possible, être clairement identifiés et mentionnés dans l'emploi du temps des élèves. Cette inscription dans l'emploi du temps de l'élève se fait naturellement sans préjudice des activités particulières, comme les visites d'entreprises ou d'administrations, les entretiens individuels, etc., que le tuteur peut être conduit à organiser.
(...)

QUESTION

Quelles sont les spécificités du tutorat par rapport aux autres dispositifs d'accompagnement des élèves et quelles propositions faites-vous pour la réussite de cette récente mesure ?

Thème : contrôle en cours de formation

Circulaire DGER/POFEGTP/N95/N° 2005 du 28 août 1995

(...)

1) La place du contrôle en cours de formation (CCF) dans la délivrance des diplômes

Depuis 1985, le contrôle en cours de formation a été associé à des épreuves terminales pour la délivrance des diplômes de l'enseignement agricole. Si les épreuves terminales permettent d'évaluer les objectifs terminaux et transversaux de la formation en garantissant le caractère national du diplôme, le contrôle en cours de formation permet, lui :

- de mieux relier l'évaluation à la formation (situation de formation en lien avec les objectifs de formation, calendrier adapté...) ;
- de diversifier les modalités d'évaluation et d'apprécier des compétences difficilement évaluables en épreuve terminale ;
- de prendre en compte le travail des élèves, apprentis, stagiaires sur l'ensemble du cycle de formation.

(...)

Note de service DGER/SDESR/N2010-2132, du 27 septembre 2010

Objet : Définition des épreuves et des modalités d'évaluation du BTSA option « Productions animales ».

(...)

<u>I.- Cadre général des modalités d'évaluation</u>

L'examen conduisant à la délivrance du diplôme du brevet de technicien supérieur agricole option « Productions animales » repose sur sept épreuves.

Le dispositif d'évaluation porte ainsi sur deux épreuves nationales terminales intégratives qui représentent 50% du total des coefficients et sur cinq épreuves avec des modalités différentes selon que le candidat est en contrôle en cours de formation – CCF – ou hors CCF. Ces cinq épreuves représentent 50% du total des coefficients.

Présentation des deux épreuves nationales (50% des coefficients).

L'épreuve générale, E1 : « Expression française et culture socio économique » est de nature écrite.

L'épreuve professionnelle, E7 : « Épreuve intégrative à caractère technique, scientifique et professionnel ».

Présentation des cinq épreuves (50% des coefficients).

Dans le cas des établissements mettant en œuvre le contrôle certificatif en cours de formation (CCF), l'équipe pédagogique organise les contrôles certificatifs, conformément au plan d'évaluation défini contractuellement avec le président de jury et aux règles permettant d'assurer la cohérence du dispositif.

(...)

QUESTION

L'évaluation par contrôle en cours de formation (CCF) est assurée par l'équipe pédagogique de l'établissement. Ses résultats sont pris en compte dans la délivrance d'un diplôme.

Selon vous, quels sont les avantages et les inconvénients de l'évaluation par CCF ?

Thème : conduites addictives

Extrait de la note de service DGER/SDPOFE/N2007-2002, du 08 janvier 2007

L'enseignement agricole, en application des missions qui lui sont confiées, mène une action primordiale pour accompagner les jeunes et les adultes qui y sont accueillis vers une insertion réussie dans la société d'aujourd'hui et de demain.
Toutefois, face à un public d'élèves, d'étudiants, d'apprentis et de stagiaires en pleine évolution, il convient de renforcer l'action de notre système éducatif dans ce domaine en réaffirmant que la « Vie scolaire » et plus globalement la « Vie de l'établissement » sont l'affaire de tous les membres de la communauté éducative.
(...)
Il s'agit de prendre en compte la réussite du parcours de formation mais aussi l'éducation à la citoyenneté et l'apprentissage de la démocratie, l'éducation à la santé et à la sexualité, l'acquisition de l'esprit de tolérance et de solidarité, la recherche d'une égalité authentique et concrète entre les sexes, la lutte contre toutes les formes de discriminations, la prévention des conduites à risques, la prévention des violences et maltraitances.
(...)

QUESTION

Vous apprenez qu'un de vos élèves, dont les résultats sont en nette baisse, passe une grande partie de son temps extra-scolaire à des jeux de paris en ligne.
Quelle est votre réaction face à cette situation et plus généralement comment la communauté éducative peut-elle aider les élèves en situation d'addiction ?

Thème : accompagnement personnalisé

Circulaire n° 2010-013 du 29-01-2010
NOR MENE1002847C

L'accompagnement personnalisé concerne la classe de seconde générale et technologique à compter de la rentrée 2010, les classes de première à compter de la rentrée 2011 et les classes terminales à compter de la rentrée 2012.

Principes de l'accompagnement personnalisé

L'accompagnement personnalisé est un temps d'enseignement intégré à l'horaire de l'élève qui s'organise autour de trois activités principales le soutien, l'approfondissement et l'aide à l'orientation.
Distinct du face-à-face disciplinaire, il s'adresse à tous les élèves tout au long de leur scolarité au lycée.
L'horaire prévu est pour chaque élève de 72 heures par année. Cette enveloppe annuelle, qui correspond à deux heures hebdomadaires, peut être modulée en fonction des choix pédagogiques de l'établissement.
L'accompagnement personnalisé est conduit de manière privilégiée dans le cadre de groupes à effectifs réduits. Il peut, par exemple, prendre la forme d'un suivi plus particulier d'un ou de quelques élèves, via l'usage des technologies de l'information et de la communication. Dans tous les cas, la liberté d'initiative et d'organisation reconnue aux équipes pédagogiques doit leur permettre de répondre de manière très diversifiée aux besoins de chaque élève avec toute la souplesse nécessaire.
Au sein de l'établissement, l'accompagnement personnalisé doit être construit de façon cohérente avec le tutorat, les stages de remise à niveau ou les stages passerelles. Tous doivent concourir à un meilleur accompagnement et à une meilleure orientation pour chaque élève.

Contenus

L'accompagnement personnalisé comprend des activités coordonnées de soutien, d'approfondissement, d'aide méthodologique et d'aide à l'orientation, pour favoriser la maîtrise par l'élève de son parcours de formation et d'orientation. Il s'appuie sur les technologies de l'information et de la communication pour l'éducation (TICE). Il prend notamment la forme de travaux interdisciplinaires.
L'accompagnement comprend, à l'initiative des équipes pédagogiques, des activités comportant notamment

- le travail sur les compétences de base compréhension du travail attendu et organisation personnelle pour y répondre, expression et communication écrites et orales, prise de notes, analyse et traitement d'une question, capacité à argumenter, recherche documentaire, maîtrise et utilisation responsable des technologies de l'information et de la communication, activités contribuant au renforcement de la culture générale (conférences), aide méthodologique à l'écrit comme à l'oral, etc. ;
- les travaux interdisciplinaires thèmes de travail choisis par les élèves ou les professeurs ; projets individuels ou collectifs ;
- la construction d'un parcours de formation et d'orientation réfléchi prenant appui sur le passeport orientation formation, l'orientation active, la préparation à l'enseignement supérieur, la participation de représentants des différentes branches d'activité professionnelle, la découverte in situ des métiers, etc. L'accompagnement tient compte des entretiens personnalisés d'orientation conduits par les professeurs principaux avec le concours des conseillers d'orientation-psychologues. Les parents sont associés à ces entretiens.
  (...)

QUESTION

Quels sont les objectifs de l'accompagnement personnalisé au lycée et quelles propositions d'actions feriez-vous dans ce cadre ?

Thème : relations avec les familles

Extrait du règlement intérieur du lycée professionnel agricole de ...

Le règlement intérieur contient les règles qui concernent tous les membres de la communauté éducative ainsi que les modalités selon lesquelles sont mis en application les libertés et les droits dont bénéficient les élèves et étudiants.
L'objet du règlement intérieur est donc :
1) d'énoncer les règles relatives à l'organisation et au fonctionnement du lycée,
2) de rappeler les droits et obligations dont peuvent se prévaloir les élèves et étudiants ainsi que les modalités de leur exercice,
3) d'édicter les règles disciplinaires,
Le règlement intérieur est une décision exécutoire opposable à qui de droit sitôt adoptée par le conseil d'administration de l'établissement, transmise aux autorités de tutelle et publiée ou notifiée. Tout manquement à ses dispositions peut déclencher une procédure disciplinaire auprès du MAAPAR–DGER.
Tout personnel du lycée ou de l'E.P.L, quel que soit son statut, veille à l'application du règlement et doit constater tout manquement à ces dispositions.
Le règlement intérieur pourra en certains cas être complété par des contrats individuels personnalisés lorsque la situation de certains élèves ou étudiants le nécessitera […]

Chapitre 6 : Les relations entre le lycée et les familles :

Courriers : les courriers sont envoyés régulièrement aux familles. Lorsque les parents d'un élève sont séparés ou divorcés, les documents relatifs à sa scolarité sont adressés à celui qui en a la garde […]

La réunion parents/professeurs : elle a lieu à l'issue du 1er trimestre, elle permet aux familles de rencontrer les enseignants et de faire le bilan scolaire de leur enfant.
Les familles qui le souhaitent peuvent prendre rendez-vous avec le professeur principal de l'élève en cas de nécessité.

Contact et entretien avec les parents d'élèves et les élèves :
- Monsieur le Proviseur, le Proviseur Adjoint reçoivent sur rendez-vous.
- La Conseillère Principale d'Education accueille les familles pour régler les problèmes liés à la vie scolaire.

Si l'entretien doit être long, il est préférable de prendre rendez-vous par téléphone.
- L'infirmière peut recevoir ou être jointe régulièrement.

QUESTION

Quelles sont les différentes actions qui permettent d'impliquer les familles dans la vie de l'établissement et quelle pourrait être la contribution du professeur pour favoriser la réussite de cette coopération ?