Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTERE DE L'AGRICULTURE
ET DE LA PÊCHE

Direction générale de l'enseignement et de la recherche

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DE LYCÉE PROFESSIONNEL AGRICOLE de 2ème grade (PLPA2)
Section : MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES
SESSION 2007

CONCOURS EXTERNES public et privé

CONCOURS INTERNES public et privé

Rapport de Monsieur le Président des jurys.

Composition du jury

Monsieur JOST, Inspecteur Général de Mathématiques, **Président.**
Monsieur LEFEBVRE, I.E.A, **vice-président.**
Monsieur PACULL, I.E.A, **vice-président.**

Mathématiques :

M. ARNAL Florent, professeur agrégé.
M. BARBOLOSI Dominique, maître de conférence.
Mme CHAPUT Brigitte, PRAG, formatrice ENFA.
M. FARDOUX Marc, professeur agrégé.
Mme GERARD Danielle, PRAG.
Mme JACOB Chantal, IA-IPR, Inspectrice de l'Enseignement agricole.
M. MONTMASSON Lionel, professeur agrégé.
Mme OSMOND Ginette, Inspectrice de l'Enseignement agricole.
M. PIEDEVACHE Jean-Claude, Inspecteur de l'enseignement agricole.
M. QUET guillaume, professeur agrégé.
M. TEXIER Jacques, professeur agrégé.

Sciences physiques :

Mme DUCAMP Christine, maître de conférence, formatrice ENFA.
M. KOWALSKY Alain, Inspecteur de l'enseignement Agricole.
Mme LAMBERT Laurence, professeure certifiée.
Mme. LAPOSTOLLE Chantal, Inspectrice de l'enseignement Agricole.
M. LEQUEVRE Frédéric, professeur PLPA.
Mme MARCHAL Emilie, professeure certifiée.
M. ODDOU Stéphane, professeur agrégé.
M. PONTOIRE Joël, professeur agrégé.
M. RUBIO Guillaume, professeur agrégé.
M. SEGUIN Marc, professeur agrégé.

RAPPELS REGLEMENTAIRES

FICHE – PLPA 2	SECTION : MATHEMATIQUES – SCIENCES PHYSIQUES

(concours externe)

I - EPREUVES ECRITES D'ADMISSIBILITE

Nature des épreuves	Durée	Coefficient
1-composition de mathématiques (a)	4 h	2
2- composition de physique chimie (b)	4 h	2

(a) L'épreuve intègre à la résolution de problèmes des thèmes d'études permettant au candidat de valoriser ses acquis dans l'enseignement de la discipline et l'évaluation des élèves.

(b) L'épreuve est une composition comportant deux parties, l'une porte sur la physique, l'autre sur la chimie. Chacune des parties est composée de un ou plusieurs exercices qui visent à évaluer les acquis disciplinaires et pédagogiques du candidat.

II – EPREUVES ORALES D'ADMISSION

Nature des épreuves	Durée	Coefficient
Exposé en mathématiques (c)	Préparation : 2 h Epreuve 0 h 45 (exposé : 30 min maximum entretien : 15 min maximum)	3
Exposé en physique chimie (d)	Préparation : 2 h Epreuve : 0 h 45 (exposé 30 min maximum entretien : 15 min maximum)	3

(c) l'épreuve se compose d'un exposé de trente minutes environ, sur un thème tiré au sort par le candidat, et d'un entretien de quinze minutes environ avec le jury. Au cours de cet entretien, le jury pose des questions sur certains points de l'exposé et peut demander la résolution d'un exercice se rapportant au sujet traité. Aucun document n'est autorisé pour la préparation de l'exposé.

(d) Cette épreuve se compose d'un exposé de trente minutes avec expériences, sur un sujet tiré au sort par le candidat, et d'un entretien de quinze minutes avec le jury. Des ouvrages de référence sont à la disposition des candidats pendant la préparation.

III - PROGRAMME

MATHEMATIQUES

Le programme des épreuves écrites des concours externe et interne d'accès au deuxième grade du corps des professeurs de lycée professionnel agricole est défini par les titres A et B de l'annexe ci-après ; celui des épreuves orales porte sur le titre A augmenté des paragraphes suivants du titre B.

I. Analyse : § 2. Fonctions d'une variable réelle ;
II. Algèbre : § 1. Nombres complexes ;
IV. Géométrie : § 1. Géométrie du plan et de l'espace.

ANNEXE

A - Programme

Ce programme comporte tous les programmes des classes des Etablissements Publics Locaux d'Enseignement et de Formation Professionnelle agricoles en vigueur l'année du concours ainsi que l'ensemble des rubriques suivantes.

B - Programme complémentaire

I. Analyse

1. Notions élémentaires sur les suites et les séries

a) Propriétés fondamentales du corps **R** des réels : majorants, minorants, borne supérieure, borne inférieure. Toute partie non vide de **R** majorée admet une borne supérieure (admis).

Aucune construction de **R** n'est au programme.

b) Convergence d'une suite de nombres réels ; opérations sur les suites convergentes. Convergence d'une suite monotone ; exemples de suites adjacentes.
Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence $U_{n+1} = f(U_n)$.

c) Définition de la convergence d'une série à termes réels. Convergence des séries géométriques.

Séries à termes positifs : comparaison de deux séries dans le cas où $U_n \leq V_n$ et dans le cas où $U_n \sim V_n$. Comparaison à une intégrale ; convergence de séries de Riemann. Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert. Comparaison à une série de Riemann.

Séries absolument convergentes. Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers 0.

2. Fonctions d'une variable réelle

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur un intervalle de **R** non réduit à un point.

a) Fonctions à valeurs réelles : continuité, dérivation

1°) Limite et continuité en un point. Opérations sur les limites. Limite d'une fonction monotone.

Propriété fondamentale des fonctions continues (admise) : l'image d'un intervalle (resp. d'un segment) est un intervalle (resp. un segment).

Continuité de la fonction réciproque d'une fonction strictement monotone et continue sur un intervalle.

2°) Dérivée en un point ; dérivabilité sur un intervalle. Fonction dérivée. Opérations sur les fonctions dérivées.

Dérivée de la composée de deux fonctions, d'une fonction réciproque.

Définition des fonctions de classe C^p, de classe C^∞. Dérivée n-ième d'un produit (formule de Leibnitz).

3°) Théorème de Rolle, formule des accroissements finis, inégalité des accroissements finis. Caractérisation des fonctions constantes, monotones et strictement monotones.

4°) Etude locale des fonctions. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point : fonction négligeable devant une autre, fonctions équivalentes (notation $f \sim g$). Comparaison des fonctions exponentielle, puissance et logarithme au voisinage de $+\infty$.

Développements limités, opérations sur les développements limités. Formule de Taylor-Young. Développements limités des fonctions usuelles.

5°) Fonctions usuelles : fonctions circulaires, circulaires réciproques, logarithmes, exponentielles, puissances, hyperboliques, hyperboliques réciproques.

b) Fonctions à valeurs réelles : intégration sur un segment

Les seules connaissances exigibles portent sur l'intégration des fonctions continues par morceaux.

1°) Linéarité de l'intégrale.

Si $a \leq b, \left| \int_a^b f(t)\,dt \right| \leq \int_a^b \left| f(t) \right| dt$

Additivité par rapport à l'intervalle d'intégration. Somme de Riemann d'une fonction continue ; convergence de ces sommes.

2°) Primitives d'une fonction continue sur un intervalle.

Théorème fondamental du calcul différentiel et intégral : si f est une fonction continue sur un intervalle I et a un point de I, la fonction $x \to \int_a^x f(t)\ dt$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant au point a ; inversement pour toute primitive F de f sur I et pour tout couple (a,b) de points de I, $\int_a^b f(t)\ dt = F(b) - F(a)$.

Intégration par parties, changement de variable.

Exemples de calcul de primitives, notamment de fonctions rationnelles, de polynômes trigonométriques.

3°) Exemples de calcul de valeurs approchées d'une intégrale. Exemples de calcul d'aires de surfaces planes, de volumes, de masse.

c) Fonctions à valeurs dans C

Extension à ces fonctions des notions et propriétés suivantes :

Dérivée en un point. Opérations sur les dérivées. Développements limités, formule de Taylor-Young.

Fonction $t \to e^{it}$ (*t* réel). Symbole e^{z} (*z* complexe), règles de calcul.

Dérivation et intégration de $t \to e^{at}$ (*t* réel, *a* complexe).

d) Notions sur les intégrales impropres

Définition de la convergence des intégrales $\int_{a}^{\infty} f(t)\ dt$; extension aux intégrales $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\ dt$. Convergence des intégrales de Riemann $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$ et $\int_0^1 \frac{dt}{t^a}$ où α est réel.

Intégrales de fonctions positives : comparaison dans les cas $f \leq g$ et $f \sim g$.

Intégrales absolument convergentes.

3. Equations différentielles

a) Définition sur un intervalle d'une solution d'une équation différentielle de la forme $y' = f(x,y)$; courbe intégrale (aucun théorème d'existence n'est au programme).

b) Equation différentielle linéaire du premier ordre *ay' + by = c* où *a, b, c* sont des fonctions numériques continues sur un même intervalle. Recherche, sur un intervalle où a ne s'annule pas, de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée.

c) Equation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants, dont le second membre est de la forme $e^{mt}\ P(t)$, *P* étant un polynôme et m un réel ou un complexe.

4. Notions sur les séries de Fourier

a) Coefficients et série de Fourier d'une fonction 2π - périodique continue par morceaux à valeurs complexes (expression sous forme exponentielle, expression en cosinus et sinus).

b) Théorème de Dirichlet (admis) : convergence de $\sum_{k=-n}^{k=+n} C_k(f) e^{ikx}$

vers la demi-somme des limites à droite et à gauche de f au point x lorsque f est de classe C^1 par morceaux. Formule de Parseval (admise) : expression de l'intégrale du carré du module sur une période à l'aide des coefficients de Fourier lorsque f est continue par morceaux.

Exemples de développement en série de Fourier de fonctions d'une variable réelle.

5. Notions sur les fonctions de plusieurs variables réelles

Définition d'une application d'une partie de $\mathbf{R}^p$ dans $\mathbf{R}^n$ (se limiter à $n \leq 3, p \leq 3$).

Continuité en un point.

Dérivées partielles d'ordre 1 et supérieur à 1. Théorème de Schwarz (admis).

II. Algèbre

1. Nombres complexes

a) Corps des nombres complexes ; module d'un nombre complexe. Argument d'un nombre complexe non nul ; notation $e^{i\theta}$.

b) Formule de Moivre. Formules d'Euler. Résolution de l'équation $z^n = a$. Applications trigonométriques des nombres complexes. Lignes de niveau des fonctions $z \to |z-a|$ et $z \to Arg(z-a)$.

c) Transformations géométriques définies par $z' = az + b,\ z' = \bar{z}$ et $z' = \frac{1}{z}$

2. Polynômes et fractions rationnelles

a) Algèbre **K** $[x]$ des polynômes à coefficients dans **K** (**K** est **R** ou **C**). Degré, division suivant les puissances décroissantes.

Racines, ordre de multiplicité d'une racine. Polynômes irréductibles sur **C** ou **R**. Factorisation.

(La construction de l'algèbre des polynômes formels n'est pas au programme, les candidats n'ont pas à connaître la notion de PGCD).

b) Fonctions rationnelles : pôles, zéros, ordre de multiplicité d'un pôle ou d'un zéro.

Décomposition en éléments simples dans **C**(X) et dans **R**(X) (admis).

3. Algèbre linéaire

*a) Espaces vectoriels sur le corps **K** (**K** = **R** ou **C**)*

1°) Espaces vectoriels, applications linéaires, formes linéaires.

Exemples fondamentaux : espaces des vecteurs du plan et de l'espace, espace $\mathbf{K}^n$.

Composition des applications linéaires, isomorphismes, endomorphismes, automorphismes. Groupe linéaire GL (E).

2°) Combinaisons linéaires, sous-espace vectoriel, sous-espace vectoriel engendré par p vecteurs. Image et noyau d'une application linéaire.

Espace vectoriel L (E, F).

b) Espaces vectoriels de dimension finie

Dans un espace admettant une famille génératrice finie, définition des familles libres, des familles génératrices et des bases. Exemple fondamental : base canonique de $\mathbf{K}^n$. Dimension. Rang d'une famille de p vecteurs.

Sous-espaces vectoriels supplémentaires, projecteurs.

c) Matrices

Espace vectoriel $M_{p,q}$ (**K**) des matrices à p lignes et q colonnes.

Isomorphisme entre **L** ($\mathbf{K}^q$, $\mathbf{K}^p$) et $M_{p,q}$ (**K**).

Produit matriciel, transposition. Algèbre M_n (**K**) ; matrices inversibles ; groupe linéaire GL_n (**K**) .

d) Système d'équations linéaires

Pratique de la méthode de Gauss pour la résolution de systèmes d'équations linéaires (les déterminants ne sont pas au programme).

III. Combinatoire - Statistiques - Probabilités

1. Combinatoire

a) Nombre des applications d'un ensemble à p éléments dans un ensemble à n éléments ; nombre des injections ; arrangements. Nombre des permutations d'un ensemble à n éléments.

b) Nombre des parties à p éléments d'un ensemble à n éléments, combinaisons.

c) Formule du binôme.

2. Statistique descriptive

a) Analyse statistique d'une variable observée sur les individus d'une population. Notions de variable qualitative et de variable quantitative. Effectifs, fréquences, histogrammes.

Caractéristiques de tendance centrale (moyenne, médiane, mode).

Caractéristiques de dispersion (variance, écart-type).

b) Analyse statistique élémentaire de deux variables observées sur les individus d'une population. Tableaux d'effectifs, fréquences marginales, fréquences conditionnelles.

Covariance et coefficient de corrélation linéaire.

Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression.

3. Probabilités

a) Probabilités sur les ensembles finis : vocabulaire des événements, probabilité, équiprobabilité.

Exemples simples de dénombrement.

Probabilités conditionnelles, événements indépendants.

b) *Variables aléatoires*

1°) Définition d'une variable aléatoire à valeurs réelles. Evénements liés à une variable aléatoire.

2°) Variables aléatoires réelles discrètes

Loi de probabilité. Fonction de répartition : $F(x) = P(X \leq x)$.

Moments : espérance, variance. Ecart-type.

Lois discrètes usuelles : lois uniforme, de Bernoulli, binomiale, de Poisson.

3°) Vecteurs aléatoires à valeurs dans $\mathbf{R}^2$ discrets.

Loi de probabilité d'un vecteur à valeurs dans $\mathbf{R}^2$. Lois marginales.

Indépendance de deux variables aléatoires réelles.

Linéarité de l'espérance mathématique. Espérance mathématique du produit de deux variables aléatoires indépendantes. Variance d'une somme de variables aléatoires. Covariance.

4°) Variables aléatoires à densité

On dira qu'une variable aléatoire X à valeurs réelles admet une densité f si, quel que soit l'intervalle $[a,b]$ de $\mathbf{R}$, $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(t)\,dt$, où *f* est une fonction à valeurs réelles positives ayant un nombre fini de points de discontinuité et telle que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,dt = 1.$

Moments : espérance, variance. Ecart-type.

Lois définies par une densité usuelle : lois uniforme, exponentielle, normale.

IV. Géométrie

1. Géométrie du plan et de l'espace

a) Calcul vectoriel

Produit scalaire, lien avec la norme et la distance.
Expression dans une base orthonormale. Relations métriques dans le triangle. Orthogonalité.

Produit vectoriel dans l'espace orienté.

- Systèmes de coordonnées (cartésiennes, polaires, cylindriques, sphériques). Changement de repère orthonormal.

- Barycentre.

b) Configurations

- Droites et plans : direction, parallélisme, intersection, orthogonalité. Angle de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan. Distance d'un point à une droite (à un plan). Equations cartésiennes et représentations paramétriques des droites et plans. Equation normale, équation polaire d'une droite dans le plan.

- Cercles dans le plan : équation cartésienne, équation polaire d'un cercle passant par l'origine.
- Sphères : équations cartésiennes. Intersection sphère et plan.
- Coniques : définition bifocale, définition par foyer, directrice, excentricité ; équation réduite d'une conique en repère orthonormal. Equation polaire d'une conique dont un foyer est à l'origine.

c) Transformations

- Projections, affinités orthogonales. Conservation des barycentres par une application affine.
- Isométries du plan ; réflexion, rotations, déplacements.
- Exemples d'isométries de l'espace ; réflexions, rotations, vissages.

2. Géométrie différentielle des courbes planes

a) Fonction d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbf{R}^2$

Limite, continuité, dérivée en un point ; opération sur les dérivées. Dérivée d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel.

Fonction de classe C^p. Définition des développements limités.

b) *Etude locale d'une fonction*

point régulier ; tangente. Etude de la position locale d'une courbe par rapport à une droite ; branches infinies.

Exemples de construction de courbes paramétrées.

Exemples de courbes définies par une équation polaire $\rho = f(\theta)$.

Liste des sujets qui seront proposés aux candidats lors des épreuves orales

Épreuve orale d'exposé en mathématiques
Les candidats sont invités à utiliser la calculatrice, autant que possible**.**

M1 • Sens de variation d'une fonction de R vers R :
- définition,
- mise en évidence de différentes méthodes d'étude à l'aide d'exemples appropriés.

M2 • Nombre dérivé d'une fonction de R vers R, en un nombre *a* de son ensemble de définition :
- définition,
- interprétations,
- exemples d'utilisation.

M3 • Fonction dérivée d'une fonction de R vers R :
- définition,
- mise en évidence de différentes utilisations dans l'étude d'une fonction, à l'aide d'exemples appropriés.

M4 • Fonction dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions dérivables de R vers R :
- démonstration des formules,
- exemples d'utilisation.

M5 • Fonction composée de fonctions de R vers R :
- définition,
- mise en évidence de différentes méthodes d'étude à l'aide d'exemples appropriés.

M6 • Fonctions polynômes du second degré à coefficients réels, définies sur R :
- forme canonique,
- application de la forme canonique à l'étude de ce type de fonctions et à la résolution de l'équation du second degré à l'aide d'exemples appropriés.

M7 • Fonction f définie, pour tout nombre réel x positif ou nul, par $f(x) = \sqrt{x}$:
- définition,
- étude du sens de variation,
- représentation graphique,
- exemples de calculs approchés.

M8 • Fonctions polynômes du troisième degré à coefficients réels, définies sur R :
- étude du sens de variation à l'aide d'exemples appropriés.
- application à la résolution graphique de l'équation, d'inconnue réelle x , $x^3 + px + q = 0$, où p et q sont deux nombres réels donnés.

M9 • Fonction réciproque d'une fonction définie, continue et strictement monotone sur un intervalle de R et à valeurs dans R :
- définition,
- mise en évidence à l'aide d'exemples appropriés.

M10 • Fonction logarithme népérien :
- définition et propriétés,
- représentation graphique,
- résolution graphique de l'équation, d'inconnue réelle x, $\ln x - ax = 0$, où a est un nombre réel donné.

M11 • Fonction logarithme décimal :
- définition et propriétés,
- fonction dérivée,
- représentation graphique,
- exemples d'utilisation.

M12 • Fonction exponentielle réelle de base e :
- définition et propriétés,
- représentation graphique,
- résolution graphique de l'équation, d'inconnue réelle x, $e^x - ax = 0$, où a est un nombre réel donné.

M13 • Cercle trigonométrique :
- détermination géométrique de $\sin a$, où a est un nombre réel,
- étude du sens de variation de la fonction sinus, représentation graphique,
- exemples de résolution de l'équation, d'inconnue réelle x, $\sin x = \lambda$, où λ est un nombre réel donné,
- exemples de résolution de l'inéquation, d'inconnue réelle x, $\sin x \leq \lambda$, où λ est un nombre réel donné.

M14 • Fonction *f* définie, pour tout nombre réel *t*, par $f(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$, où A, ω et φ sont des nombres réels donnés :
- mise en évidence de différentes méthodes d'étude du sens de variation de cette fonction à l'aide d'exemples appropriés,
- représentation graphique.

M15 • Transformation de l'expression $a\cos x + b\sin x$. Equation trigonométrique, d'inconnue réelle x, de la forme $a\cos x + b\sin x = c$, où a, b et c sont des nombres réels donnés :
- méthodes de résolution,
- exemples de résolution à partir de situations conduisant à de telles équations.

M16 • Cercle trigonométrique :
- détermination géométrique de $\tan a$, où a est un nombre réel,
- étude du sens de variation de la fonction tangente, représentation graphique,
- exemples de résolution de l'équation, d'inconnue réelle x, $\tan x = \lambda$, où λ est un nombre réel donné, et de résolution de l'inéquation, d'inconnue réelle x, $\tan x \leq \lambda$, où λ est un nombre réel donné.

M17 • Primitives d'une fonction définie et continue sur un intervalle de R et à valeurs dans R :
- définition et propriétés,
- exemples de recherche des primitives de fonctions usuelles.

M18 • Intégrale définie :
- définition et propriétés,
- interprétation géométrique,
- exemples de calcul et d'utilisation.

M19 • Inéquation du second degré à une inconnue réelle et à coefficients réels :
- interprétation géométrique,
- exemples de résolution à partir de situations conduisant à de telles inéquations.

M20 • Systèmes d'équations linéaires, d'inconnues réelles, à coefficients réels :
- interprétation géométrique,
- mise en évidence de différentes méthodes de résolution à l'aide d'exemples appropriés.

M21 • Caractérisation d'un demi-plan par une inéquation :
- application à la résolution graphique d'un système de deux ou trois inéquations du premier degré à deux inconnues réelles,
- utilisation dans des exemples simples de programmation linéaire.

M22 • Équation différentielle $y' - ay = f$, où a est un nombre réel et f une fonction donnés :
- méthode de résolution lorsque *f* est la fonction nulle, puis lorsque *f* n'est pas la fonction nulle,
- exemples de résolution à partir de situations conduisant à une telle équation.

M23 • Équation différentielle $y'' + \omega^2 y = 0$, où ω est un nombre réel donné :
- méthode de résolution,
- exemples de résolution à partir de situations conduisant à une telle équation.

M24 • Translation dans le plan :
- définition et propriétés,
- transformation de figures usuelles,
- composition de deux translations.

M25 • Rotation dans le plan orienté :
- définition et propriétés,
- transformation de figures usuelles,
- application à des constructions géométriques.

M26 • Symétrie orthogonale par rapport à une droite dans le plan :
- définition et propriétés,
- transformation de figures usuelles,
- composition de deux symétries orthogonales.

M27 • Homothétie et translation dans le plan :
- définitions,
- propriétés communes à ces deux transformations,

- composition d'une homothétie et d'une translation.

M28 • Produit scalaire dans le plan :
- définition et propriétés,
- formules donnant $\cos(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$ et $\sin(a-b)$ en fonction de $\cos a$, $\cos b$, $\sin a$ et $\sin b$, où a et b sont des nombres réels donnés.

M29 • Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, application du produit scalaire à l'étude de problèmes relatifs aux droites et aux cercles :
- recherche d'équations de droites et de cercles,
- orthogonalité de deux droites, distance d'un point à une droite,…

M30 • Relations métriques et trigonométriques dans le triangle quelconque :
- énoncé de telles relations,
- exemples d'utilisation.

M31 • Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle :
- énoncé de telles relations,
- exemples d'utilisation.

M32 • Barycentre d'un système de *n* points pondérés, dans le plan ou l'espace :
- définition et propriétés,
- construction géométrique de l'isobarycentre de quatre points du plan,
- exemples d'utilisation.

M33 • Parabole ou hyperbole ou ellipse *(pour une seule de ces coniques, au choix du candidat)* :
- définition géométrique et tracé,
- propriétés,
- équation dans le plan rapporté à un repère orthonormal approprié.

M34 • Représentation géométrique des nombres complexes :
- module et argument,
- interprétations géométriques de l'addition et de la multiplication de deux nombres complexes, de la conjugaison d'un nombre complexe,
- exemples d'utilisation.

M35 • Équation, d'inconnue complexe z, $z^2 = A$, où *A* est un nombre complexe donné :
- résolution,
- application à la résolution de l'équation, d'inconnue complexe z, $az^2 + bz + c = 0$, où a, b et c sont des nombres complexes donnés.

M36 • Équation, d'inconnue complexe z, $z^n = A$, où *A* est un nombre complexe et n est un entier naturel non nul donnés :
- résolution,
- exemples d'équation dont la résolution se ramène à celle d'une équation $z^n = A$.
- Interprétation géométrique.

M37 • Transformation géométrique associée à une application *f*, définie pour tout nombre complexe *z* par $f(z) = az + b$, où a et b sont des nombres complexes donnés :
- propriétés,
- mise en évidence de différents types de telles transformations à l'aide d'exemples appropriés.

M38 • Suites arithmétiques de nombres réels :
- définition,
- sens de variation,
- expression du terme de rang *k*,
- calcul de la somme des *n* premiers termes,
- exemples d'étude de situations utilisant des suites arithmétiques.

M39 • Suites géométriques de nombres réels :
- définition,
- sens de variation,
- expression du terme de rang *k*,
- études de limites,
- calcul de la somme $1 + a + a^2 + ... + a^n$,
- exemples d'étude de situations utilisant des suites géométriques.

M40 • Série statistique à une variable :
- caractères de position et de dispersion (moyenne, médiane, écart type),
- exemples d'utilisation illustrant l'intérêt du choix de l'un de ces caractères.

M41 • Médianes, médiatrices et hauteurs d'un triangle :
- définitions et propriétés,
- exemples d'utilisation.

M42 • Produit scalaire dans l'espace :
- définition et propriétés,
- expression analytique dans l'espace rapporté à un repère orthonormal,
- exemples d'application à des calculs de distances, d'angles dans des configurations usuelles de l'espace.

SCIENCES PHYSIQUES

Le programme des épreuves écrites des concours externe et interne comporte tous les programmes des classes des Etablissements Publics Locaux d'Enseignement et de Formation Professionnelle agricoles en vigueur l'année du concours ainsi que l'ensemble des rubriques suivantes.

MECANIQUE

1. Mécanique du point matériel

Principe fondamental de la dynamique. Repères galiléens, principe de la relativité.

Energie. Energie cinétique ; travail d'une force. Energie potentielle. Conservation de l'énergie pour un système isolé.

Quantité de mouvement. Référentiel du centre de masse. Conservation de la quantité de mouvement totale d'un système isolé.

Moment cinétique. Conservation du moment cinétique.

Oscillateur amorti ; oscillations forcées ; résonance.

2. Mécanique des systèmes

Système matériel. Centre d'inertie.

Energie cinétique.

Forces et couples extérieurs à un système matériel ; forces et couples donnés ; forces et couples de liaison ; action et réaction.

Travail d'un système de forces. Energie potentielle. Energie mécanique.

Solides indéformables : contact de deux solides ; mouvement d'un solide autour d'un axe fixe.

3. Statique et mécanique des fluides

Statique des fluides : pression, principe fondamental de l'hydrostatique, transmission des pressions dans un fluide, poussée d'Archimède.

Mécanique des fluides : relation de Bernoulli, débit d'écoulement, principe de Venturi, viscosité d'un fluide hydraulique, pertes de charge.

THERMODYNAMIQUE

1. Aspects cinétiques de la thermodynamique

Théorie cinétique des gaz parfaits. Définition cinétique de la pression et de la température.

Conduction de la chaleur. Conductivité thermique. Loi de Fourrier.

2. Systèmes thermodynamiques

Description des systèmes en équilibre.

Variables thermodynamiques : variables extensives, variables intensives.

3. Premier principe

Bilans énergétiques. Energie interne U. Enthalpie H. Etude des transformations d'un gaz parfait.

4. Second principe

Entropie S. Bilan entropique. Exemples simples de processus irréversibles.

5. Thermochimie

Application des principes à la chimie. Equilibre chimique. Loi d'action de masse.

ELECTRICITE

1. Circuits électriques linéaires en régime permanent ou quasi-stationnaire

1.1. Lois de Kirchhoff (mailles et noeuds).

1.2. Dipôles R, L, C. Sources de courant, de tension, indépendantes ou liées. Association d'éléments en série ou en parallèle. Diviseur de courant, de tension.

1.3. Théorème de superposition. Représentation de Norton et de Thévenin.

1.4 Régime de fonctionnement :

régime continu ;

régime sinusoïdal : impédance, puissance moyenne, grandeurs efficaces, facteur de puissance ;

réponse à une excitation en courant ou en tension ; réponse permanente sinusoïdale - réponse d'un circuit R, C à un échelon.

2. Electrostatique

2.1. Loi de Coulomb. Champ électrostatique.

2.2. Dipôle ; champ créé par un dipôle ; action d'un champ électrique uniforme.

3. Electromagnétisme

3.1. Magnétostatique du vide

Champ magnétique. Force de Lorentz ; force de Laplace.
Effet Hall

3.2.. Induction

Force électromagnétique d'induction.

Induction mutuelle de deux circuits.

Induction propre.

Auto-induction.

Energie magnétique.

3.3. Milieux magnétiques

Courbe d'aimantation. Hystérésis. Champ rémanent.

Circuits magnétiques.

3. Electronique

Caractéristiques de composants (diodes, varistances, thermistances, transistors …) et utilisation dans des montages électroniques simples

Principe de l'amplification. Amplificateur opérationnel.

OPTIQUE

1. Ondes sinusoïdales

Onde plane progressive sinusoïdale. Ondes stationnaires.

Polarisation rectiligne de la lumière ; transversalité des vibrations lumineuses.

Vue d'ensemble sur les radiations électromagnétiques.

2. Interférences. Diffraction

Interférences non localisées entre deux ondes cohérentes.

Principe d'Huyghens-Fresnel : diffraction à l'infini par une ouverture rectangulaire.

3. Optique géométrique

Approximation de l'optique géométrique, rayons lumineux.

Réflexion. Réfraction.

Lentilles sphériques minces dans l'approximation de Gauss.

CHIMIE

1. Atomes et classification périodique

Structure de l'atome.

La classification périodique des éléments :

- périodicité des propriétés (énergies d'ionisation, rayons atomiques, rayons ioniques...) ;
- évolution des propriétés chimiques.

2. Edifices atomiques et liaison chimique

Etude géométrique de quelques molécules simples. Relations entre liaison et propriétés.

3. Solutions aqueuses

3.1. L'eau solvant : solvatation et solvolyse ; notion d'électrolyte fort et d'électrolyte faible ; autodissociation de l'eau et produit ionique.

Equilibres et réactions ioniques en solution :

3.2. Transfert de H^+ : systèmes acide-base ; pKa ; pH des solutions d'acides ou de bases ; prévision des réactions acide-base ; variation de pH au cours des titrages acide-base ; effet tampon.

3.3. Formation de complexe entre un cation métallique et des ligands : équilibre de formation de complexes.

3.4. Précipitation de composés peu solubles : produit de solubilité.

3.5. Equilibre d'oxydoréduction en solution aqueuse. Potentiel d'oxydoréduction ; prévision des réactions (on ne démontre pas la formule de Nernst).

4. Chimie organique

Hydrocarbures.

Composés oxygénés : alcools ; aldéhydes et cétones ; acides et esters.

Amines et amides

Glucides

Lipides

Acides aminés et peptides

Protéines

LISTE DES SUJETS QUI SERONT PROPOSES AUX CANDIDATS LORS DES EPREUVES ORALES CONCOURS EXTERNE ET INTERNE

Pour la session de 2007 la liste des sujets qui seront proposés figure ci-dessous. Les sujets qui sont mentionnés seront proposés pour les épreuves d'exposé du concours externe et du concours interne.

2 - Physique-chimie

Il est demandé au candidat de réaliser devant le jury au moins une expérience lors de l'exposé.

P1 . Moment d'une force. Moment d'un couple. Théorème des moments.

P2 . Chute des corps dans le vide : étude théorique. Vérification expérimentale dans l'air. Discussion.

P3 . Relation fondamentale de la dynamique appliquée à la rotation d'un solide autour d'un axe.

P4 . Quantité de mouvement d'un système. Vérification expérimentale de la conservation de la quantité de mouvement d'un système matériel quasi-isolé lors du choc de mobiles autoporteurs.

P5 . Propagation d'un mouvement vibratoire sinusoïdal ; célérité ; longueur d'onde.

P6 . Modèle de l'oscillateur harmonique ; aspect dynamique et énergétique ; vérification expérimentale de la formule donnant la période.

P7 . Ondes stationnaires. Illustration dans un domaine de la physique au choix du candidat.

P8 . Loi fondamentale de l'hydrostatique ; étude expérimentale de la poussée d'Archimède.

P9 . Transformations thermoélastiques du gaz parfait ;loi de Mariotte.

P10 . Réflexion et réfraction de la lumière.

P11 . Lentilles minces convergentes et divergentes dans les conditions de Gauss.

P12 . Nature ondulatoire de la lumière. Réalisation d'une expérience d'interférence lumineuse à deux ondes (dispositif d'Young). Détermination d'une longueur d'onde.

P13 . Dispersion de la lumière blanche. Applications.

P14 . Redressement en régime alternatif monophasé.

P15 . Dipôles passifs, dipôles actifs. Détermination d'un point de fonctionnement à l'aide des caractéristiques.

P16 . Dipôles passifs. Exploitation de leurs caractéristiques en vue de leurs associations.

P17 . Dipôle passif : étude de la diode (caractéristique à l'oscilloscope, utilisations ...).

P18 . Amplificateur opérationnel idéal. Fonctionnement en régime linéaire et non linéaire. Exemples d'utilisation.

P19 . Electrostatique : propriétés des conducteurs. Mise en évidence expérimentale.

P20 . Réponse d'un circuit R-C à un échelon de tension, étude théorique et expérimentale.
Echelon de tension :

$$t \langle 0 \quad U = 0$$

$$t \rangle 0 \quad U = E = C^{ste}.$$

P21 . Impédance d'un dipôle alimenté en régime sinusoïdal.
P22 . Puissances en régime alternatif monophasé.
P23 . Transformateur monophasé : principe ; étude à vide et en charge. Applications.
P24 . Etude de champs magnétiques créés par des courants électriques.
P25 . Action d'un champ magnétique sur un conducteur parcouru par un courant.
P26 . Phénomène d'induction.
P27 . Etablissement du courant dans un circuit inductif.
C1 . Analogies et évolution des propriétés chimiques dans la classification périodique des éléments.
C2 . Identification de quelques cations et de quelques anions. Dosage d'un ion (excepté H_3O^+ et OH^-) au choix du candidat.

C3 . Equilibres chimiques :loi d'action de masse. Détermination d'une constante d'équilibre.
C4 . Ionisation de l'eau. Notion de pH. Mesure du pH.
C5 . Chlorure d'hydrogène. Sa dissociation dans l'eau. Caractères de la solution obtenue.
C6 . Acide nitrique : propriétés.
C7 . Mise en solution de solides ioniques. Etude de ces solutions.
C8 . Couple acido-basique au sens de Bronsted. Force d'un couple acido-basique. Réalisation d'un dosage.
C9 . Couple acido-basique au sens de Bronsted. Fabrication d'une solution tampon. Intérêt d'une telle solution.
C10 . Comparaison des propriétés d'un acide fort et d'un acide faible.
C11 . Classification électrochimique des métaux. Potentiel rédox des couples M^{n+}/M, place du couple H^+/H_2.
C12 . Oxydo-réduction : dosage ; réalisation ; justification des conditions expérimentales ; interprétation.
C13 . Corrosion électrochimique. Interprétation électronique. Protection contre la corrosion.
C14 . Précipitation. Produit de solubilité, dissolution d'un précipité.
C15 . Complexes : formation ; stabilité. Dosage complexométrique.
C16 . Influence des phénomènes de complexation sur les réactions rédox et de précipitation.
C17 . Action des acides sur les métaux.
C18 . Electrolyses : réalisation, interprétation.
C19 . Isomérie en chimie organique.
C20 . Alcanes : propriétés physiques et chimiques, isomérie.
C21 . Insaturation de la chaîne carbonée. Propriétés chimiques des alcènes, isomérie.
C22 . Action des halogènes sur quelques hydrocarbures.
C23 . Polymérisation par polyaddition et par polycondensation. Fabrication de matières plastiques.
C24 . Propriétés chimiques des alcools. Différentes classes d'alcools. Notion de groupe fonctionnel en chimie organique.
C25 . Aldéhydes et cétones : étude comparative des propriétés chimiques.
C26 . Acides carboxyliques : propriétés.
C27 . Estérification : caractéristiques de la réaction. Préparation d'un ester. Propriétés des esters.

FICHE – PLPA 2	SECTION : MATHEMATIQUES – SCIENCES PHYSIQUES

(Concours interne)

I – EPREUVES ECRITES D'ADMISSIBILITE

Nature des épreuves	Durée	Coefficient
1- composition de mathématiques (a)	4 h	2
2- composition de physique chimie (b)	4 h	2

(a) L'épreuve intègre à la résolution de problèmes, des thèmes d'études permettant au candidat de valoriser ses acquis dans l'enseignement de la discipline et l'évaluation des élèves.

(b) L'épreuve est une composition comportant deux parties, l'une porte sur la physique, l'autre sur la chimie. Chacune des parties est composée de deux exercices qui visent respectivement à évaluer :

- d'une part, les connaissances du candidat dans la discipline
- d'autre part, les compétences pédagogiques du candidat (élaboration d'une fiche pédagogique, d'une progression, d'un protocole de travaux pratiques, d'un exercice destiné à une évaluation, d'une grille de correction, d'une analyse commentée de document,…).

II - EPREUVES ORALES D'ADMISSION

Nature des épreuves	Durée	Coefficient
Exposé d'une séance d'enseignement en mathématiques (c)	Préparation :2 h Epreuve 0 h 45 (exposé 30 min maximum, entretien 15 min maximum)	2,5
Exposé d'une séance d'enseignement en physique chimie (d)	Préparation :2 h Epreuve 0 h 45 (exposé 30 min maximum entretien 15 min maximum)	2,5

(c) l'épreuve se compose d'un exposé de trente minutes environ, sur un thème tiré au sort par le candidat, et d'un entretien de quinze minutes environ au cours duquel le jury peut demander la résolution d'un exercice se rapportant au sujet traité. Aucun document n'est autorisé pour la préparation de l'exposé.

(d) cette épreuve se compose d'un exposé de trente minutes avec expériences, sur un sujet tiré au sort par le candidat, et d'un entretien de quinze minutes avec le jury. Des ouvrages de référence sont à la disposition des candidats pendant la préparation.

III - PROGRAMME

MATHEMATIQUES

Le programme des épreuves écrites des concours externe et interne d'accès au deuxième grade du corps des professeurs de lycée professionnel agricole est défini par les titres A et B de l'annexe ci-après ; celui des épreuves orales porte sur le titre A augmenté des paragraphes suivants du titre B.

I. Analyse : § 2. Fonctions d'une variable réelle ;
II. Algèbre : § 1. Nombres complexes ;
IV. Géométrie : § 1. Géométrie du plan et de l'espace.

ANNEXE

A - Programme

Ce programme comporte tous les programmes des classes des Etablissements Publics Locaux d'Enseignement et de Formation Professionnelle agricoles en vigueur l'année du concours ainsi que l'ensemble des rubriques suivantes.

B - Programme complémentaire

II. Analyse

1. Notions élémentaires sur les suites et les séries

a) Propriétés fondamentales du corps **R** des réels : majorants, minorants, borne supérieure, borne inférieure. Toute partie non vide de **R** majorée admet une borne supérieure (admis).

Aucune construction de **R** n'est au programme.

b) Convergence d'une suite de nombres réels ; opérations sur les suites convergentes. Convergence d'une suite monotone ; exemples de suites adjacentes.

Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence $U_{n+1} = f(U_n)$.

c) Définition de la convergence d'une série à termes réels. Convergence des séries géométriques.

Séries à termes positifs : comparaison de deux séries dans le cas où $U_n \leq V_n$ et dans le cas où $U_n \sim V_n$. Comparaison à une intégrale ; convergence de séries de Riemann. Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert. Comparaison à une série de Riemann.

Séries absolument convergentes. Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers 0.

2. Fonctions d'une variable réelle

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur un intervalle de **R** non réduit à un point.

a) Fonctions à valeurs réelles : continuité, dérivation

1°) Limite et continuité en un point. Opérations sur les limites. Limite d'une fonction monotone.

Propriété fondamentale des fonctions continues (admise) : l'image d'un intervalle (resp. d'un segment) est un intervalle (resp. un segment).

Continuité de la fonction réciproque d'une fonction strictement monotone et continue sur un intervalle.

2°) Dérivée en un point ; dérivabilité sur un intervalle. Fonction dérivée. Opérations sur les fonctions dérivées.

Dérivée de la composée de deux fonctions, d'une fonction réciproque.

Définition des fonctions de classe C^p, de classe C^∞. Dérivée n-ième d'un produit (formule de Leibnitz).

3°) Théorème de Rolle, formule des accroissements finis, inégalité des accroissements finis. Caractérisation des fonctions constantes, monotones et strictement monotones.

4°) Etude locale des fonctions. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point : fonction négligeable devant une autre, fonctions équivalentes (notation $f \sim g$). Comparaison des fonctions exponentielle, puissance et logarithme au voisinage de $+\infty$.

Développements limités, opérations sur les développements limités. Formule de Taylor-Young. Développements limités des fonctions usuelles.

5°) Fonctions usuelles : fonctions circulaires, circulaires réciproques, logarithmes, exponentielles, puissances, hyperboliques, hyperboliques réciproques.

b) Fonctions à valeurs réelles : intégration sur un segment

Les seules connaissances exigibles portent sur l'intégration des fonctions continues par morceaux.

1°) Linéarité de l'intégrale.

Si $a \leq b, \left|\int_a^b f(t)dt\right| \leq \int_a^b |f(t)|\,dt$

Additivité par rapport à l'intervalle d'intégration. Somme de Riemann d'une fonction continue ; convergence de ces sommes.

2°) Primitives d'une fonction continue sur un intervalle.

Théorème fondamental du calcul différentiel et intégral : si f est une fonction continue sur un intervalle I et a un point de I, la fonction $x \to \int_a^x f(t)\,dt$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant au point a ; inversement pour toute primitive F de f sur I et pour tout couple (a,b) de points de I, $\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$.

Intégration par parties, changement de variable.

Exemples de calcul de primitives, notamment de fonctions rationnelles, de polynômes trigonométriques.

3°) Exemples de calcul de valeurs approchées d'une intégrale. Exemples de calcul d'aires de surfaces planes, de volumes, de masse.

c) Fonctions à valeurs dans C

Extension à ces fonctions des notions et propriétés suivantes :

Dérivée en un point. Opérations sur les dérivées. Développements limités, formule de Taylor-Young.

Fonction $t \to e^{it}$ (t réel). Symbole e^z (z complexe), règles de calcul.

Dérivation et intégration de $t \to e^{at}$ (t réel, a complexe).

d) Notions sur les intégrales impropres

Définition de la convergence des intégrales $\int_\alpha^\infty f(t)\,dt$; extension aux intégrales $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,dt$. Convergence des intégrales de Riemann $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$ et $\int_0^1 \frac{dt}{t^a}$ où α est réel.

Intégrales de fonctions positives : comparaison dans les cas $f \leq g$ et $f \sim g$.

Intégrales absolument convergentes.

3. Equations différentielles

a) Définition sur un intervalle d'une solution d'une équation différentielle de la forme $y' = f(x,y)$; courbe intégrale (aucun théorème d'existence n'est au programme).

b) Equation différentielle linéaire du premier ordre ay' + by = c où a, b, c sont des fonctions numériques continues sur un même intervalle. Recherche, sur un intervalle où a ne s'annule pas, de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée.

c) Equation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants, dont le second membre est de la forme e^{mt} P(t) , P étant un polynôme et m un réel ou un complexe.

4. Notions sur les séries de Fourier

a) Coefficients et série de Fourier d'une fonction 2π - périodique continue par morceaux à valeurs complexes (expression sous forme exponentielle, expression en cosinus et sinus).

b) Théorème de Dirichlet (admis) : convergence de $\sum_{k=-n}^{k=+n} C_k(f)e^{ikx}$

vers la demi-somme des limites à droite et à gauche de f au point x lorsque f est de classe C^1 par morceaux. Formule de Parseval (admise) : expression de l'intégrale du carré du module sur une période à l'aide des coefficients de Fourier lorsque f est continue par morceaux.

Exemples de développement en série de Fourier de fonctions d'une variable réelle.

5. Notions sur les fonctions de plusieurs variables réelles

Définition d'une application d'une partie de $\mathbf{R}^p$ dans $\mathbf{R}^n$ (se limiter à $n \leq 3, p \leq 3$).

Continuité en un point.

Dérivées partielles d'ordre 1 et supérieur à 1. Théorème de Schwarz (admis).

II. Algèbre

1. Nombres complexes

a) Corps des nombres complexes ; module d'un nombre complexe. Argument d'un nombre complexe non nul ; notation $e^{i\theta}$.

b) Formule de Moivre. Formules d'Euler. Résolution de l'équation $z^n = a$. Applications trigonométriques des nombres complexes. Lignes de niveau des fonctions $z \rightarrow |z-a|$ et $z \rightarrow \operatorname{Arg}(z-a)$.

c) Transformations géométriques définies par $z' = az + b,\ z' = \overline{z}$ et $z' = \dfrac{1}{z}$

2. Polynômes et fractions rationnelles

a) Algèbre $\mathbf{K}[X]$ des polynômes à coefficients dans **K** (**K** est **R** ou **C**). Degré, division suivant les puissances décroissantes.

Racines, ordre de multiplicité d'une racine. Polynômes irréductibles sur **C** ou **R**. Factorisation.

(La construction de l'algèbre des polynômes formels n'est pas au programme, les candidats n'ont pas à connaître la notion de PGCD).

b) Fonctions rationnelles : pôles, zéros, ordre de multiplicité d'un pôle ou d'un zéro.

Décomposition en éléments simples dans **C**(X) et dans **R**(X) (admis).

3. Algèbre linéaire

*a) Espaces vectoriels sur le corps **K** (**K** = **R** ou **C**)*

1°) Espaces vectoriels, applications linéaires, formes linéaires.

Exemples fondamentaux : espaces des vecteurs du plan et de l'espace, espace $\mathbf{K}^n$.

Composition des applications linéaires, isomorphismes, endomorphismes, automorphismes. Groupe linéaire GL (E).

2°) Combinaisons linéaires, sous-espace vectoriel, sous-espace vectoriel engendré par p vecteurs. Image et noyau d'une application linéaire.

Espace vectoriel L (E, F).

b) Espaces vectoriels de dimension finie

Dans un espace admettant une famille génératrice finie, définition des familles libres, des familles génératrices et des bases. Exemple fondamental : base canonique de $\mathbf{K}^n$. Dimension. Rang d'une famille de p vecteurs.

Sous-espaces vectoriels supplémentaires, projecteurs.

c) Matrices

Espace vectoriel $M_{p,q}$ (**K**) des matrices à p lignes et q colonnes.

Isomorphisme entre **L** ($\mathbf{K}^q$, $\mathbf{K}^p$) et $M_{p,q}$ (**K**).

Produit matriciel, transposition. Algèbre M_n (**K**) ; matrices inversibles ; groupe linéaire GL_n (**K**) .

d) Système d'équations linéaires

Pratique de la méthode de Gauss pour la résolution de systèmes d'équations linéaires (les déterminants ne sont pas au programme).

III. Combinatoire - Statistiques - Probabilités

1. Combinatoire

a) Nombre des applications d'un ensemble à p éléments dans un ensemble à n éléments ; nombre des injections ; arrangements. Nombre des permutations d'un ensemble à n éléments.

b) Nombre des parties à p éléments d'un ensemble à n éléments, combinaisons.

c) Formule du binôme.

2. Statistique descriptive

a) Analyse statistique d'une variable observée sur les individus d'une population. Notions de variable qualitative et de variable quantitative. Effectifs, fréquences, histogrammes.

Caractéristiques de tendance centrale (moyenne, médiane, mode).

Caractéristiques de dispersion (variance, écart-type).

b) Analyse statistique élémentaire de deux variables observées sur les individus d'une population. Tableaux d'effectifs, fréquences marginales, fréquences conditionnelles.

Covariance et coefficient de corrélation linéaire.

Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression.

3. Probabilités

a) Probabilités sur les ensembles finis : vocabulaire des événements, probabilité, équiprobabilité.

Exemples simples de dénombrement.

Probabilités conditionnelles, événements indépendants.

c) *Variables aléatoires*

1°) Définition d'une variable aléatoire à valeurs réelles. Evénements liés à une variable aléatoire.

2°) Variables aléatoires réelles discrètes

Loi de probabilité. Fonction de répartition : $F(x) = P(X \leq x)$.

Moments : espérance, variance. Ecart-type.

Lois discrètes usuelles : lois uniforme, de Bernoulli, binômiale, de Poisson.

3°) Vecteurs aléatoires à valeurs dans R^2 discrets.

Loi de probabilité d'un vecteur à valeurs dans $\mathbf{R}^2$. Lois marginales.

Indépendance de deux variables aléatoires réelles.

Linéarité de l'espérance mathématique. Espérance mathématique du produit de deux variables aléatoires indépendantes. Variance d'une somme de variables aléatoires. Covariance.

4°) Variables aléatoires à densité

On dira qu'une variable aléatoire X à valeurs réelles admet une densité f si, quel que soit l'intervalle $[a,b]$ de **R**, $P\left(a \leq X \leq b\right) = \int_a^b f\left(t\right)\, dt$, où f est une fonction à valeurs réelles positives ayant un nombre fini de points de discontinuité et telle que $\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(t\right) dt = 1.$

Moments : espérance, variance. Ecart-type.

Lois définies par une densité usuelle : lois uniforme, exponentielle, normale.

IV. Géométrie

1. Géométrie du plan et de l'espace

a) Calcul vectoriel

Produit scalaire, lien avec la norme et la distance.
Expression dans une base orthonormale. Relations métriques dans le triangle. Orthogonalité.

Produit vectoriel dans l'espace orienté.

- Systèmes de coordonnées (cartésiennes, polaires, cylindriques, sphériques). Changement de repère orthonormal.

- Barycentre.

b) Configurations

- Droites et plans : direction, parallélisme, intersection, orthogonalité. Angle de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan. Distance d'un point à une droite (à un plan). Equations cartésiennes et représentations paramétriques des droites et plans. Equation normale, équation polaire d'une droite dans le plan.

- Cercles dans le plan : équation cartésienne, équation polaire d'un cercle passant par l'origine.

- Sphères : équations cartésiennes. Intersection sphère et plan.

- Coniques : définition bifocale, définition par foyer, directrice, excentricité ; équation réduite d'une conique en repère orthonormal. Equation polaire d'une conique dont un foyer est à l'origine.

c) Transformations

- Projections, affinités orthogonales. Conservation des barycentres par une application affine.

- Isométries du plan ; réflexion, rotations, déplacements.

- Exemples d'isométries de l'espace ; réflexions, rotations, vissages.

2. Géométrie différentielle des courbes planes

c) Fonction d'une variable réelle à valeurs dans $\boldsymbol{R}^2$

Limite, continuité, dérivée en un point ; opération sur les dérivées. Dérivée d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel.

Fonction de classe C^p. Définition des développements limités.

b) Etude locale : point régulier ; tangente. Etude de la position locale d'une courbe par rapport à une droite ; branches infinies.

Exemples de construction de courbes paramétrées.

Exemples de courbes définies par une équation polaire $\rho = \mathrm{f}(\theta)$.

Liste des sujets qui seront proposés aux candidats lors des épreuves orales

Épreuve orale d'exposé en mathématiques

Les candidats sont invités à utiliser la calculatrice, autant que possible.

M1 • Sens de variation d'une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$:
- définition,
- mise en évidence de différentes méthodes d'étude à l'aide d'exemples appropriés.

M2 • Nombre dérivé d'une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$, en un nombre *a* de son ensemble de définition :
- définition,
- interprétations,
- exemples d'utilisation.

M3 • Fonction dérivée d'une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$:
- définition,
- mise en évidence de différentes utilisations dans l'étude d'une fonction, à l'aide d'exemples appropriés.

M4 • Fonction dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions dérivables de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$:
- démonstration des formules,
- exemples d'utilisation.

M5 • Fonction composée de fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$:
- définition,
- mise en évidence de différentes méthodes d'étude à l'aide d'exemples appropriés.

M6 • Fonctions polynômes du second degré à coefficients réels, définies sur $\mathbb{R}$:
- forme canonique,

- application de la forme canonique à l'étude de ce type de fonctions et à la résolution de l'équation du second degré à l'aide d'exemples appropriés.

M7 • Fonction f définie, pour tout nombre réel x positif ou nul, par $f(x) = \sqrt{x}$:
- définition,
- étude du sens de variation,
- représentation graphique,
- exemples de calculs approchés.

M8 • Fonctions polynômes du troisième degré à coefficients réels, définies sur $\mathbb{R}$:
- étude du sens de variation à l'aide d'exemples appropriés,
- application à la résolution graphique de l'équation, d'inconnue réelle x, $x^3 + px + q = 0$, où p et q sont deux nombres réels donnés.

M9 • Fonction réciproque d'une fonction définie, continue et strictement monotone sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$:
- définition,
- mise en évidence à l'aide d'exemples appropriés.

M10 • Fonction logarithme népérien :
- définition et propriétés,
- représentation graphique,
- résolution graphique de l'équation, d'inconnue réelle x, $\ln x - ax = 0$, où a est un nombre réel donné.

M11 • Fonction logarithme décimal :
- définition et propriétés,
- fonction dérivée,
- représentation graphique,
- exemples d'utilisation.

M12 • Fonction exponentielle réelle de base e :
- définition et propriétés,
- représentation graphique,
- résolution graphique de l'équation, d'inconnue réelle x, $\mathrm{e}^x - ax = 0$, où a est un nombre réel donné.

M13 • Cercle trigonométrique :
- détermination géométrique de $\sin a$, où a est un nombre réel,
- étude du sens de variation de la fonction sinus, représentation graphique,
- exemples de résolution de l'équation, d'inconnue réelle x, $\sin x = \lambda$, où λ est un nombre réel donné,
- exemples de résolution de l'inéquation, d'inconnue réelle x, $\sin x \leq \lambda$, où λ est un nombre réel donné.

M14 • Fonction f définie, pour tout nombre réel t, par $f(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$, où A, ω et φ sont des nombres réels donnés :
- mise en évidence de différentes méthodes d'étude du sens de variation de cette fonction à l'aide d'exemples appropriés,
- représentation graphique.

M15 • Transformation de l'expression $a\cos x + b\sin x$ .Equation trigonométrique, d'inconnue réelle x, de la forme $a\cos x + b\sin x = c$, où a, b et c sont des nombres réels donnés :
- méthodes de résolution,
- exemples de résolution à partir de situations conduisant à de telles équations.

M16 • Cercle trigonométrique :
- détermination géométrique de $\tan a$, où a est un nombre réel,
- étude du sens de variation de la fonction tangente, représentation graphique,
- exemples de résolution de l'équation, d'inconnue réelle x, $\tan x = \lambda$, où λ est un nombre réel donné, et de résolution de l'inéquation, d'inconnue réelle x, $\tan x \leq \lambda$, où λ est un nombre réel donné.

M17 • Primitives d'une fonction définie et continue sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$:
- définition et propriétés,
- exemples de recherche des primitives de fonctions usuelles.

M18 • Intégrale définie :
- définition et propriétés,
- interprétation géométrique,
- exemples de calcul et d'utilisation.

M19 • Inéquation du second degré à une inconnue réelle et à coefficients réels :
- interprétation géométrique,
- exemples de résolution à partir de situations conduisant à de telles inéquations.

M20 • Systèmes d'équations linéaires, d'inconnues réelles, à coefficients réels :
- interprétation géométrique,
- mise en évidence de différentes méthodes de résolution à l'aide d'exemples appropriés.

M21 • Caractérisation d'un demi-plan par une inéquation :
- application à la résolution graphique d'un système de deux ou trois inéquations du premier degré à deux inconnues réelles,
- utilisation dans des exemples simples de programmation linéaire.

M22 • Équation différentielle $y'-ay = f$, où a est un nombre réel et f une fonction donnés :
- méthode de résolution lorsque f est la fonction nulle, puis lorsque f n'est pas la fonction nulle,
- exemples de résolution à partir de situations conduisant à une telle équation.

M23 • Équation différentielle $y''+\omega^2 y = 0$, où ω est un nombre réel donné :
- méthode de résolution,
- exemples de résolution à partir de situations conduisant à une telle équation.

M24 • Translation dans le plan :
- définition et propriétés,
- transformation de figures usuelles,
- composition de deux translations.

M25 • Rotation dans le plan orienté :
- définition et propriétés,
- transformation de figures usuelles,
- application à des constructions géométriques.

M26 • Symétrie orthogonale par rapport à une droite dans le plan :
- définition et propriétés,
- transformation de figures usuelles,
- composition de deux symétries orthogonales.

M27 • Homothétie et translation dans le plan :
- définitions,
- propriétés communes à ces deux transformations,
- composition d'une homothétie et d'une translation.

M28 • Produit scalaire dans le plan :
- définition et propriétés,
- formules donnant $\cos(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$ et $\sin(a-b)$ en fonction de $\cos a$, $\cos b$, $\sin a$ et $\sin b$, où a et b sont des nombres réels donnés.

M29 • Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, application du produit scalaire à l'étude de problèmes relatifs aux droites et aux cercles :
- recherche d'équations de droites et de cercles,
- orthogonalité de deux droites, distance d'un point à une droite,…

M30 • Relations métriques et trigonométriques dans le triangle quelconque :
- énoncé de telles relations,
- exemples d'utilisation.

M31 • Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle :
- énoncé de telles relations,
- exemples d'utilisation.

M32 • Barycentre d'un système de n points pondérés, dans le plan ou l'espace :
- définition et propriétés,
- construction géométrique de l'isobarycentre de quatre points du plan,
- exemples d'utilisation.

M33 • Parabole ou hyperbole ou ellipse *(pour une seule de ces coniques, au choix du candidat)* :
- définition géométrique et tracé,
- propriétés,
- équation dans le plan rapporté à un repère orthonormal approprié.

M34 • Représentation géométrique des nombres complexes :
- module et argument,
- interprétations géométriques de l'addition et de la multiplication de deux nombres complexes, de la conjugaison d'un nombre complexe,
- exemples d'utilisation.

M35 • Équation, d'inconnue complexe z, $z^2 = A$, où A est un nombre complexe donné :
- résolution,
- application à la résolution de l'équation, d'inconnue complexe z, $az^2 + bz + c = 0$, où a, b et c sont des nombres complexes donnés.

M36 • Équation, d'inconnue complexe z, $z^n = A$, où A est un nombre complexe et n est un entier naturel non nul donnés :
- résolution,
- exemples d'équation dont la résolution se ramène à celle d'une équation $z^n = A$.
- Interprétation géométrique.

M37 • Transformation géométrique associée à une application f, définie pour tout nombre complexe z par $f(z) = az + b$, où a et b sont des nombres complexes donnés :
- propriétés,
- mise en évidence de différents types de telles transformations à l'aide d'exemples appropriés.

M38 • Suites arithmétiques de nombres réels :
- définition,
- sens de variation,
- expression du terme de rang k,
- somme des n premiers termes,
- exemples d'étude de situations utilisant des suites arithmétiques.

M39 • Suites géométriques de nombres réels :
- définition,
- sens de variation,
- expression du terme de rang k,
- études de limites
- calcul de la somme $1 + a + a^2 + ... + a^n$,
- exemples d'étude de situations utilisant des suites géométriques.

M40 • Série statistique à une variable :
- caractères de position et de dispersion (moyenne, médiane, écart type),
- exemples d'utilisation illustrant l'intérêt du choix de l'un de ces caractères.

M41 • Médianes, médiatrices et hauteurs d'un triangle :
- définitions et propriétés,
- exemples d'utilisation.

M42 • Produit scalaire dans l'espace :
- définition et propriétés,
- expression analytique dans l'espace rapporté à un repère orthonormal,
- exemples d'application à des calculs de distances, d'angles dans des configurations usuelles de l'espace.

SCIENCES PHYSIQUES

Le programme des épreuves écrites des concours externe et interne comporte tous les programmes des classes des Etablissements Publics Locaux d'Enseignement et de Formation Professionnelle agricoles en vigueur l'année du concours ainsi que l'ensemble des rubriques suivantes.

MECANIQUE

1. **Mécanique du point matériel**

Principe fondamental de la dynamique. Repères galiléens, principe de la relativité.

Energie. Energie cinétique ; travail d'une force. Energie potentielle. Conservation de l'énergie pour un système isolé.

Quantité de mouvement. Référentiel du centre de masse. Conservation de la quantité de mouvement totale d'un système isolé.

Moment cinétique. Conservation du moment cinétique.

Oscillateur amorti ; oscillations forcées ; résonance.

2. **Mécanique des systèmes**

Système matériel. Centre d'inertie.

Energie cinétique.

Forces et couples extérieurs à un système matériel ; forces et couples donnés ; forces et couples de liaison ; action et réaction.

Travail d'un système de forces. Energie potentielle. Energie mécanique.

Solides indéformables : contact de deux solides ; mouvement d'un solide autour d'un axe fixe.

4. **Statique et mécanique des fluides**

Statique des fluides : pression, principe fondamental de l'hydrostatique, transmission des pressions dans un fluide, poussée d'Archimède.

Mécanique des fluides : relation de Bernoulli, débit d'écoulement, principe de Venturi, viscosité d'un fluide hydraulique, pertes de charge.

THERMODYNAMIQUE

1. **Aspects cinétiques de la thermodynamique**

Théorie cinétique des gaz parfaits. Définition cinétique de la pression et de la température.

Conduction de la chaleur. Conductivité thermique. Loi de Fourrier.

2. **Systèmes thermodynamiques**

Description des systèmes en équilibre.

Variables thermodynamiques : variables extensives, variables intensives.

3. **Premier principe**

Bilans énergétiques. Energie interne U. Enthalpie H. Etude des transformations d'un gaz parfait.

4. **Second principe**

Entropie S. Bilan entropique. Exemples simples de processus irréversibles.

5. **Thermochimie**

Application des principes à la chimie. Equilibre chimique. Loi d'action de masse.

ELECTRICITE

1. **Circuits électriques linéaires en régime permanent ou quasi-stationnaire**

1.1. Lois de Kirchhoff (mailles et noeuds).

1.2. Dipôles R, L, C. Sources de courant, de tension, indépendantes ou liées. Association d'éléments en série ou en parallèle. Diviseur de courant, de tension.

1.3. Théorème de superposition. Représentation de Norton et de Thévenin.

1.4 Régime de fonctionnement :

régime continu ;
régime sinusoïdal : impédance, puissance moyenne, grandeurs efficaces, facteur de puissance ;

réponse à une excitation en courant ou en tension ; réponse permanente sinusoïdale - réponse d'un circuit R, C à un échelon.

2. Electrostatique

2.1. Loi de Coulomb. Champ électrostatique.

3.2. Dipôle ; champ créé par un dipôle ; action d'un champ électrique uniforme.

3. Electromagnétisme

3.1. Magnétostatique du vide

Champ magnétique. Force de Lorentz ; force de Laplace.
Effet Hall

3.2.. Induction

Force électromagnétique d'induction.

Induction mutuelle de deux circuits.

Induction propre.

Auto-induction.

Energie magnétique.

3.3. Milieux magnétiques

Courbe d'aimantation. Hystérésis. Champ rémanent.

Circuits magnétiques.

4. Electronique

Caractéristiques de composants (diodes, varistances, thermistances, transistors …) et utilisation dans des montages électroniques simples

Principe de l'amplification. Amplificateur opérationnel.

OPTIQUE

1. Ondes sinusoïdales

Onde plane progressive sinusoïdale. Ondes stationnaires.

Polarisation rectiligne de la lumière ; transversalité des vibrations lumineuses.

Vue d'ensemble sur les radiations électromagnétiques.

2. Interférences. Diffraction

Interférences non localisées entre deux ondes cohérentes.

Principe d'Huyghens-Fresnel : diffraction à l'infini par une ouverture rectangulaire.

3. Optique géométrique

Approximation de l'optique géométrique, rayons lumineux.

Réflexion. Réfraction.

Lentilles sphériques minces dans l'approximation de Gauss.

CHIMIE

1. Atomes et classification périodique

Structure de l'atome.

La classification périodique des éléments :

. périodicité des propriétés (énergies d'ionisation, rayons atomiques, rayons ioniques...) ;

. évolution des propriétés chimiques.

2. Edifices atomiques et liaison chimique

Etude géométrique de quelques molécules simples. Relations entre liaison et propriétés.

3. Solutions aqueuses

3.1. L'eau solvant : solvatation et solvolyse ; notion d'électrolyte fort et d'électrolyte faible ; autodissociation de l'eau et produit ionique.

Equilibres et réactions ioniques en solution :

3.2. Transfert de H^+ : systèmes acide-base ; pKa ; pH des solutions d'acides ou de bases ; prévision des réactions acide-base ; variation de pH au cours des titrages acide-base ; effet tampon.

3.3. Formation de complexe entre un cation métallique et des ligands : équilibre de formation de complexes.

3.4. Précipitation de composés peu solubles : produit de solubilité.

3.6. Equilibre d'oxydoréduction en solution aqueuse. Potentiel d'oxydoréduction ; prévision des réactions (on ne démontre pas la formule de Nernst).

4. Chimie organique

Hydrocarbures.

Composés oxygénés : alcools ; aldéhydes et cétones ; acides et esters.

Amines et amides

Glucides

Lipides

Acides aminés et peptides

Protéines

LISTE DES SUJETS QUI SERONT PROPOSES AUX CANDIDATS LORS DES EPREUVES ORALES CONCOURS EXTERNE ET INTERNE

Pour la session de 2007 la liste des sujets qui seront proposés figure ci-dessous. Les sujets qui sont mentionnés seront proposés pour les épreuves d'exposé du concours externe et du concours interne.

2 - Physique-chimie

Il est demandé au candidat de réaliser devant le jury au moins une expérience lors de l'exposé.

P1 . Moment d'une force. Moment d'un couple. Théorème des moments.

P2 . Chute des corps dans le vide : étude théorique. Vérification expérimentale dans l'air. Discussion.

P3 . Relation fondamentale de la dynamique appliquée à la rotation d'un solide autour d'un axe.

P4 . Quantité de mouvement d'un système. Vérification expérimentale de la conservation de la quantité de mouvement d'un système matériel quasi-isolé lors du choc de mobiles autoporteurs.

P5 . Propagation d'un mouvement vibratoire sinusoïdal ; célérité ; longueur d'onde.

P6 . Modèle de l'oscillateur harmonique ; aspect dynamique et énergétique ; vérification expérimentale de la formule donnant la période.

P7 . Ondes stationnaires. Illustration dans un domaine de la physique au choix du candidat.

P8 . Loi fondamentale de l'hydrostatique ; étude expérimentale de la poussée d'Archimède.

P9 . Transformations thermoélastiques du gaz parfait ;loi de Mariotte.

P10 . Réflexion et réfraction de la lumière.

P11 . Lentilles minces convergentes et divergentes dans les conditions de Gauss.

P12 . Nature ondulatoire de la lumière. Réalisation d'une expérience d'interférence lumineuse à deux ondes (dispositif d'Young). Détermination d'une longueur d'onde.

P13 . Dispersion de la lumière blanche. Applications.

P14 . Redressement en régime alternatif monophasé.

P15 . Dipôles passifs, dipôles actifs. Détermination d'un point de fonctionnement à l'aide des caractéristiques.

P16 . Dipôles passifs. Exploitation de leurs caractéristiques en vue de leurs associations.

P17 . Dipôle passif : étude de la diode (caractéristique à l'oscilloscope, utilisations ...).

P18 . Amplificateur opérationnel idéal. Fonctionnement en régime linéaire et non linéaire. Exemples d'utilisation.

P19 . Electrostatique : propriétés des conducteurs. Mise en évidence expérimentale.

P20 . Réponse d'un circuit R-C à un échelon de tension, étude théorique et expérimentale.
Echelon de tension :

$t \langle 0 \quad U = 0$

$t \rangle 0 \quad U = E = C^{ste}.$

P21 . Impédance d'un dipôle alimenté en régime sinusoïdal.

P22 . Puissances en régime alternatif monophasé.

P23 . Transformateur monophasé : principe ; étude à vide et en charge. Applications.

P24 . Etude de champs magnétiques créés par des courants électriques.

P25 . Action d'un champ magnétique sur un conducteur parcouru par un courant.

P26 . Phénomène d'induction.

P27 . Etablissement du courant dans un circuit inductif.

C1 . Analogies et évolution des propriétés chimiques dans la classification périodique des éléments.

C2 . Identification de quelques cations et de quelques anions. Dosage d'un ion (excepté H_3O^+ et OH^-) au choix du candidat.

C3 . Equilibres chimiques :loi d'action de masse. Détermination d'une constante d'équilibre.

C4 . Ionisation de l'eau. Notion de pH. Mesure du pH.

C5 . Chlorure d'hydrogène. Sa dissociation dans l'eau. Caractères de la solution obtenue.

C6 . Acide nitrique : propriétés.

C7 . Mise en solution de solides ioniques. Etude de ces solutions.

C8 . Couple acido-basique au sens de Bronsted. Force d'un couple acido-basique. Réalisation d'un dosage.

C9 . Couple acido-basique au sens de Bronsted. Fabrication d'une solution tampon. Intérêt d'une telle solution.

C10 . Comparaison des propriétés d'un acide fort et d'un acide faible.

C11 . Classification électrochimique des métaux. Potentiel rédox des couples M^{n+}/M, place du couple H^+/H_2.

C12 . Oxydo-réduction : dosage ; réalisation ; justification des conditions expérimentales ; interprétation.

C13 . Corrosion électrochimique. Interprétation électronique. Protection contre la corrosion.

C14 . Précipitation. Produit de solubilité, dissolution d'un précipité.

C15 . Complexes : formation ; stabilité. Dosage complexométrique.

C16 . Influence des phénomènes de complexation sur les réactions rédox et de précipitation.

C17 . Action des acides sur les métaux.

C18 . Electrolyses : réalisation, interprétation.

C19 . Isomérie en chimie organique.

C20 . Alcanes : propriétés physiques et chimiques, isomérie.

C21 . Insaturation de la chaîne carbonée. Propriétés chimiques des alcènes, isomérie.

C22 . Action des halogènes sur quelques hydrocarbures.

C23 . Polymérisation par polyaddition et par polycondensation. Fabrication de matières plastiques.

C24 . Propriétés chimiques des alcools. Différentes classes d'alcools. Notion de groupe fonctionnel en chimie organique.

C25 . Aldéhydes et cétones : étude comparative des propriétés chimiques.

C26 . Acides carboxyliques : propriétés.

C27 . Estérification : caractéristiques de la réaction. Préparation d'un ester. Propriétés des esters.

EFFECTIFS ET DÉROULEMENT DES EPREUVES

	Nombre de postes ouverts	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis	Liste complémentaire
PLPA externe Public	7	609	347	40	7	14
PLPA externe 4ème Cat. Privé	9	22		6	1	0
PLPA externe Public	4	40	20	9	4	0
PLPA externe 4ème Cat. Privé	5	11	8	3	1	0

Les épreuves écrites se sont déroulées les 26 et 27 février 2007.

Les épreuves orales d'admission se sont déroulées du 19 au 22 juin 2007 au LEGTA d'Angers.

Sur 46 candidats convoqués au concours externes, 37 se sont présentés aux épreuves orales.

Les 12 candidats convoqués au concours internes se sont tous présentés aux épreuves orales.

PREMIERE ÉPREUVE ÉCRITE DU CONCOURS EXTERNE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

SUJET

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS
DE LYCEE PROFESSIONNEL AGRICOLE

SESSION

SESSION 2007

Concours : EXTERNE
Section : Mathématiques - Sciences physiques

EPREUVE N° 1

MATHÉMATIQUES

(Coefficient : 2 - Durée : 4 heures)

L'épreuve est constituée de deux problèmes.

Le premier problème de géométrie est composé de deux parties. Il permet de déterminer une ellipse inscrite dans un triangle quelconque possédant des propriétés remarquables.

Le deuxième problème d'analyse, est composé de trois parties :

- La première a pour objet l'étude de la continuité et la dérivabilité de deux fonctions auxiliaires.
- La deuxième partie débouche sur le calcul de $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x}\, dx$.
- La dernière partie est consacrée au calcul de $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2}$ à l'aide d'une suite d'intégrales.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'utilisation des instruments de calcul est autorisée, notamment celle des calculatrices de poche à condition qu'elles soient à fonctionnement autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

PREMIER PROBLÈME

On se place dans le plan affine euclidien orienté $\mathscr{P}$ rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

On note $I\!R$ l'ensemble des nombres réels et $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes.

Le point de coordonnées (x,y) est caractérisé par son affixe, le nombre complexe $z = x + \mathrm{i}\,y$.

Soient *u* et *v* deux nombres complexes et $f_{u,v}$ l'application de l'ensemble $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ qui, à tout nombre complexe *z*, associe le nombre complexe z' tel que $z' = u\,z + v\,\bar{z}$.

On note $F_{u,v}$ l'application du plan $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ qui, à tout point *M* d'affixe *z*, associe le point M' d'affixe z' égale à $f_{u,v}(z)$.

PARTIE I

Les trois questions sont indépendantes.

1- Soient α et β deux nombres réels vérifiant $0 < \beta < \alpha\sqrt{3}$.

Soient M, N, P les points du plan $\mathscr{P}$ d'affixes respectives 2α, $-\alpha + i\beta$, $-\alpha - i\beta$.
On désigne par *M'*, *N'*, *P'* les milieux respectifs des segments $[NP]$, $[PM]$, $[MN]$.
On considère l'ellipse (*e*) admettant comme système d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = \alpha\cos t \\ y = \dfrac{\beta}{\sqrt{3}}\sin t \end{cases} \quad t \in I\!R.$$

a. Préciser le centre de l'ellipse (e) et vérifier qu'elle passe par les points *M'*, *N'*, *P'*.

b. Démontrer que les tangentes respectives à l'ellipse (*e*) aux points *M'*, *N'*, *P'* sont les côtés du triangle *MNP*.

c. En prenant $\alpha = 2$ et $\beta = \sqrt{3}$, construire le triangle *MNP* et l'ellipse (*e*) correspondante.

2- On suppose que $u \neq 0$ et $v \neq 0$ et $|u| \neq |v|$.

Soit $u = \rho\, e^{i\omega}$ et $v = \rho' e^{i\omega'}$, les expressions de *u* et *v* sous forme trigonométrique où ρ, ρ' sont des nombres réels strictement positifs et ω, ω' appartiennent à l'intervalle $]-\pi,\pi]$.

On considère l'ensemble $E_{u,v}$ des points *M* du plan $\mathscr{P}$ dont les affixes *Z* vérifient $Z = u\,e^{it} + v\,e^{-it}$, où *t* décrit l'ensemble des nombres réels.

a. On suppose que $\omega = 0$ et $\omega' = 0$. Démontrer que l'ensemble $E_{\rho,\rho'}$ ainsi obtenu est une ellipse dont on déterminera le centre et les sommets.

b. On suppose que $\omega = \omega'$. Démontrer que l'ensemble $E_{u,v}$ se déduit de $E_{\rho,\rho'}$ par une rotation de centre *O* dont on déterminera l'angle. En déduire la nature de $E_{u,v}$.

c. On suppose que $\omega \neq \omega'$. Déterminer deux nombres θ et φ tels que $\omega = \theta + \varphi$ et $\omega' = \theta - \varphi$. En utilisant les résultats du *b*, déterminer la nature de $E_{u,v}$.

3- Etude de $f_{u,v}$ et de $F_{u,v}$.

a. Démontrer que pour tout nombre λ réel et pour tous nombres complexes z_1 et z_2,

$$f_{u,v}[\lambda z_1 + (1-\lambda) z_2] = \lambda f_{u,v}(z_1) + (1-\lambda) f_{u,v}(z_2).$$

En déduire les images respectives par l'application $F_{u,v}$, d'une droite, du milieu d'un segment.

b. Démontrer que l'application $F_{u,v}$ est bijective si et seulement si $|u| \neq |v|$.

PARTIE II

Soit $j = \exp\left(i\frac{2\pi}{3}\right)$.

On rappelle le résultat suivant :

Soient trois points M, N, P d'affixes respectives n, m, p, admettant O comme isobarycentre. Le triangle MNP est équilatéral si et seulement si $n = mj$ *ou* $n = mj^2$.

Soient K, I, J les points d'affixes respectives $1, j, j^2$.

1- Déterminer l'isobarycentre des points K, I, J et vérifier que le triangle KIJ est équilatéral.

2- Soient trois points A, B, C d'affixes respectives a, b, c, admettant O comme isobarycentre.
On suppose que les points A, B, C sont non alignés et que le triangle ABC n'est pas équilatéral.

a. Démontrer qu'il existe une unique application $F_{u,v}$ telle que $F_{u,v}(K) = A$, $F_{u,v}(I) = B$.

Déterminer u et v en fonction de a, b et j. En déduire que $u \neq 0$ et $v \neq 0$.

Quelle est l'image du point J par l'application $F_{u,v}$ ainsi obtenue ?

b. Vérifier que $a\overline{b} - \overline{a}b \neq 0$.

Exprimer $u\overline{u} - v\overline{v}$ en fonction de a et b.

c. Démontrer que l'application $F_{u,v}$ est bijective.

3- On admet que le cercle inscrit du triangle KIJ est le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon $\frac{1}{2}$, et que les points de contacts sont les milieux des cotés du triangle KIJ.

a. En utilisant les résultats de la question 2 de la partie I, démontrer que l'image du cercle $\mathscr{C}$ par l'application $F_{u,v}$ est une ellipse E dont on précisera le centre.

b. Vérifier que les milieux des côtés du triangle ABC appartiennent à l'ellipse E.

c. Démontrer que l'ellipse E est tangente aux trois côtés du triangle ABC. On pourra effectuer un raisonnement par l'absurde en utilisant la bijectivité de l'application $F_{u,v}$.

4- En utilisant les résultats précédents, retrouver les conclusions de la question 1*a* et 1*b* de la partie I.

DEUXIÈME PROBLÈME

PARTIE I

1- On définit la fonction h sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$ par $h(x)=\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}$ si $x\neq 0$ et $h(0)=0$.

a. Rappeler un développement limité au voisinage de zéro à l'ordre 3 de la fonction sinus.

b. Démontrer que la fonction h est continue, puis dérivable sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$.

c. Si *h'* désigne la fonction dérivée de la fonction h, démontrer que *h'* est continue sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$.

d. On définit la fonction k sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$ par $k(x)=\dfrac{x}{\sin x}$ si $x\neq 0$ et $k(0)=1$.

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$, exprimer $k(x)$ en fonction de x et de $h(x)$.

En déduire simplement que la fonction k est dérivable sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$ et que sa dérivée est continue sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$.

2- Si φ désigne une fonction définie sur $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$ dérivable sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$, à dérivée continue sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$, démontrer à l'aide d'une intégration par parties que $\lim\limits_{n\to+\alpha}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\varphi(x)\sin(nx)\,dx=0$.

PARTIE II

1-

a. Vérifier que l'intégrale $\int_0^{+\infty}\dfrac{1-\cos x}{x^2}\,dx$ est convergente.

b. En déduire la convergence de l'intégrale $\int_0^{+\infty}\dfrac{\sin x}{x}\,dx$. On pourra utiliser une intégration par parties.

2- Soit n un nombre entier non nul.

Démontrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $\left]0\,,\frac{\pi}{2}\right]$,

$$1+2\sum_{k=1}^{n}\cos(2kx)=\frac{\sin[(2n+1)x]}{\sin x}.$$

3- Soit $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left[(2n+1)x\right]}{\sin x} dx$.

a. Vérifier que I_n est convergente.

b. Calculer I_n .

c. Démontrer que

$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} h(x)\sin\left[(2n+1)x\right] dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left[(2n+1)x\right]}{x} dx$ où h est la fonction définie dans la partie I.

d. Démontrer que $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left[(2n+1)x\right]}{x} dx = \int_0^{(2n+1)\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$ et en déduire la valeur de

$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$.

PARTIE III

J_n désigne l'intégrale définie par $J_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} x^2 \frac{\sin\left[(2n+1)x\right]}{\sin x} dx$

1-

a. Vérifier que J_n est convergente.

b. Démontrer que $J_n = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$. On pourra utiliser les résultats de la question 2 de la partie II.

2-

a. Démontrer que $J_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[x^2 + (\pi - x)^2\right] \frac{\sin\left[(2n+1)x\right]}{\sin x} dx$.

b. Démontrer que $J_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[2(x-\pi)k(x) + \pi^2 h(x)\right] \sin\left[(2n+1)x\right] dx + \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left[(2n+1)x\right]}{x} dx$,

où k et h sont les fonctions définies dans la partie I.

c. En utilisant les résultats de la partie I, démontrer que $\lim\limits_{n \to +\alpha} J_n = \pi\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$.

d. En déduire $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2}$.

PREMIERE ÉPREUVE ÉCRITE DU CONCOURS EXTERNE
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
COMMENTAIRES

L'épreuve comporte deux problèmes, le premier, de géométrie, porte sur l'étude à l'aide des nombres complexes, d'ellipses et d'applications affines. L'objet du second problème, d'analyse, est le calcul de $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2}$ en utilisant essentiellement des résultats de calcul intégral.

Premier problème :

Ce premier problème amène les candidats à montrer qu'ils

- maîtrisent les notions mathématiques de base : ellipses, tangentes, applications affines, bijections, nombres complexes, barycentres, rotations... ;
- savent utiliser à bon escient le vocabulaire mathématique de base de géométrie : coordonnées, affixe, vecteur, image ;
- savent mener un raisonnement par équivalence, un raisonnement par l'absurde ;
- savent appliquer un théorème en vérifiant rigoureusement ses hypothèses et en formulant une conclusion correcte ;
- savent faire une synthèse de plusieurs résultats.

Partie I

La question 1- porte sur des ellipses définies par un système d'équations paramétriques.

Il importe de bien manipuler les représentations paramétriques, en mettant en évidence le rôle du paramètre. La question 1- b. est plus facile à traiter si on privilégie l'aspect cinématique de l'ellipse par rapport à son aspect algébrique.

Le jury apprécie que l'équivalence des différentes formes de définitions de l'ellipse soit soigneusement prouvée et que les éléments géométriques de base relatifs à l'ellipse (centre, tangentes...) et leurs propriétés soient utilisés à bon escient.

Le tracé demandé doit être réalisé avec soin, sans omettre de préciser le repère du plan, en exploitant les propriétés de symétrie des ellipses.

Un bon nombre de candidats font preuve de connaissances sur les coniques.

La question 2- porte sur un ensemble de points défini par une équation paramétrique complexe.

La détermination de la nature des ensembles $E_{\rho,\rho'}$ se ramène à un raisonnement par équivalence. Les éléments de réponse indiqués par l'énoncé doivent être reliés entre eux avec rigueur (c'est le cas pour la rotation de la question b. et pour les nombres θ et φ de la question c.). Dans cet esprit, les points clés des raisonnements doivent être repérés et mis en évidence. La résolution de la question a. conduit à un système d'équations paramétriques d'ellipse car ρ et ρ' ne sont pas égaux en tant que modules de u et de v.

La première partie de la question 2- c., très facile, peut être traitée indépendamment du reste. Le changement de paramètre auquel conduit le raisonnement guidé par l'énoncé doit être signalé et justifié avec rigueur. La traduction complexe des rotations doit être mise en évidence avec rigueur.

La question 3- porte sur l'étude d'une application affine et de sa traduction complexe.

Les différentes étapes du calcul de la question 3 a, très facile, doivent être clairement justifiées. Cette relation permet de mettre en évidence la conservation du barycentre par l'application $F_{u,v}$, cette caractérisation des applications affines permet de traiter alors rapidement la fin de la question. Il importe ensuite d'utiliser les effets des applications affines sur les barycentres (une droite étant considérée comme l'ensemble des barycentres de deux points distincts, le milieu d'un segment comme l'isobarycentre de ses extrémités) pour conclure sans omettre le cas particulier où $F_{u,v}$ n'est pas bijective (donc pas injective) et où l'image d'une droite peut être un singleton.

Partie II

L'énoncé commence par un rappel donnant une caractérisation des triangles équilatéraux de centre de gravité l'origine du repère, cette caractérisation pouvant prendre deux formes selon l'orientation du triangle.

La question 1- peut se résoudre en utilisant le rappel de l'énoncé. Il est alors nécessaire de signaler que ce résultat s'applique car le triangle IJK a pour isobarycentre O, on utilise pour cela le fait que $1 + j + j^2 = 0$.

Il importe de savoir que : "$a + bj = 0$ si et seulement si $a = b = 0$", ou "$a + bi = 0$ si et seulement si $a = b = 0$" que lorsqu'on suppose que a et b sont des nombres réels.

La question 2- conduit à la construction d'une application $F_{u,v}$ transformant IJK en ABC. La justification rigoureuse de son existence, d'une part, et de son unicité, d'autre part, doit être correctement menée.

L'image de J par $F_{u,v}$ a pour affixe $-a-b$ qu'il faut savoir reconnaître comme égal à c car O est isobarycentre de ABC. Comme l'énoncé ne propose aucune piste de raisonnement, la vérification de $a\bar{b} - b\bar{a} \neq 0$ est laissée à l'initiative du candidat. Le lien entre la question c. et la dernière question de la partie 1- doit être fait.

La question 3- conduit à trouver la nature de l'image d'un cercle par $F_{u,v}$. La question a. nécessite d'écrire une équation paramétrique complexe du cercle $\mathcal{C}$ et de mener ensuite un raisonnement par équivalence. Les questions suivantes demandent de faire la synthèse de certaines des questions précédentes.

La question 4- est une question de synthèse.

<u>Second problème :</u>

Ce second problème amène les candidats à montrer qu'ils maîtrisent les notions mathématiques de base d'analyse : développements limités, continuité, dérivabilité, calcul intégral, intégrations par parties, intégrales impropres...

D'une façon générale, les calculs doivent être menés dans le souci de l'existence des objets manipulés (limites, intégrales).

Partie I

La résolution de la plupart des questions de cette partie nécessite de connaître parfaitement les notions de continuité et de dérivabilité, et de savoir utiliser les définitions et théorèmes relatifs à ce sujet.

La question 1- porte sur deux fonctions de classe C^1.

Cette question est l'occasion pour les candidats de montrer qu'ils maîtrisent les calculs sur les développements limités, en particulier pour la détermination de limites. La justification des résultats demande une grande rigueur.

L'objet question 2- est de montrer que $\lim\limits_{n \to +\infty} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(x) \sin(nx)\, dx = 0$. La résolution de cette question se fait par l'intermédiaire d'une intégration par partie imposée par l'énoncé. Cela requiert de vérifier soigneusement les hypothèses du théorème en particulier que les applications φ et $x \longmapsto -\frac{1}{n}\cos(nx)$ sont de classe C^1.

Les deux passages à la limite doivent être soigneusement justifiés. En particulier, l'un des deux fait intervenir que φ' est bornée puisque continue sur un compact.

Partie II

La question 1- traite de la convergence d'intégrales impropres.

Cette question requiert une bonne connaissance des intégrales impropres et de leurs propriétés.

Plusieurs méthodes peuvent être mises en œuvre, là encore les théorèmes doivent être appliqués avec rigueur : en particulier une intégration par partie ne peut être faite que sur un compact. Il faut ensuite procéder à un passage aux limites.

La question 2- peut se traiter par un raisonnement par récurrence ou par utilisation des propriétés des nombres complexes.

L'objet de la question 3- est le calcul de $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x$. Cette question est bien guidée dans l'énoncé, ce qui facilite son traitement. Mais, là encore, la rigueur est nécessaire pour mener à bien la démonstration, en particulier la convergence des intégrales introduites doit être prouvée.

On peut remarquer que la suite (I_n).est constante.

Partie III

Cette partie est plutôt calculatoire et les réponses à trouver sont données par l'énoncé, la difficulté réside dans les justifications qui doivent être menées avec précision.

La question 1- traite de la convergence d'intégrales impropres. Plusieurs méthodes peuvent être mises en œuvre, là encore les théorèmes doivent être appliqués avec rigueur.

Le résultat de la question 2- de la partie II peut être généralisé sans difficulté à l'intervalle $]0\,;\pi[$ et peut être utilisé ici, le tout est d'avoir conscience de ce que l'on fait !

La question 2- est une question de synthèse.

La question a. utilise la relation de Chasles sur les intégrales et, dans l'une des deux intégrales, un changement de variable qui doit être soigneusement justifié.

Conclusion

De façon générale, pour les questions fermées, il importe de bâtir un raisonnement structuré et rigoureux à partir des éléments de réponses fournis par l'énoncé.

Les questions ouvertes offrent aux candidats l'occasion de montrer leur esprit d'initiative et leur capacité à mettre en œuvre une formulation de conjecture et à la démontrer.

DEUXIÈME ÉPREUVE ÉCRITE DU CONCOURS EXTERNE

ÉPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES

SUJET

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS
DE LYCEE PROFESSIONNEL AGRICOLE - 2ème grade

SESSION 2007

Concours : **EXTERNE**
Section : **Mathématiques - Sciences physiques**

ÉPREUVE N° 2

COMPOSITION DE PHYSIQUE CHIMIE

(Coefficient : 2 - Durée : 4 heures)

L'utilisation des instruments de calcul est autorisée, notamment celle des calculatrices de poche à condition qu'elles soient à fonctionnement autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

La composition comporte un problème de physique et un problème de chimie. Les candidats sont invités **à respecter l'ordre des questions** avec leur numérotation exacte. En cas de non-réponse, il suffit **de laisser un espace après le numéro de la question** pour indiquer clairement que celle-ci n'a pas été traitée.

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre pour cela.

Les correcteurs tiendront le plus grand compte des qualités de soin et de présentation

PHYSIQUE (20 points)

De l'oscillateur électrique aux oscillateurs mécaniques

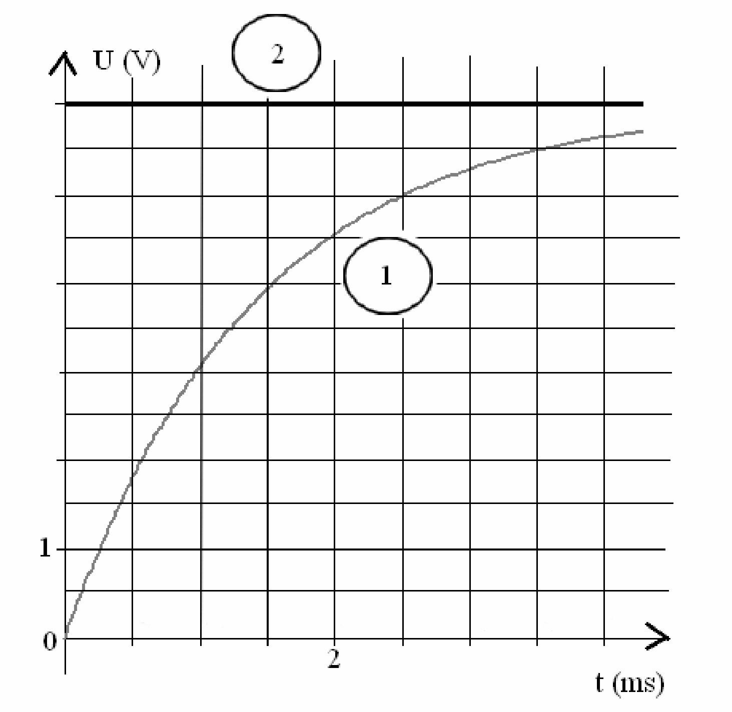
1. Étude d'un condensateur

Un générateur idéal de tension notée E, alimente un condensateur de capacité C monté en série avec un conducteur ohmique de résistance R. Le condensateur C est initialement déchargé. On souhaite visualiser, à l'oscilloscope numérique, la tension aux bornes du générateur sur la voie A et la tension aux bornes du condensateur sur la voie B, lors de la fermeture du circuit.

1.1. Donner la définition d'un générateur idéal de tension.

1.2. Représenter le schéma du montage en y faisant figurer les flèches des tensions visualisées ainsi que les branchements de l'oscilloscope.

1.3. L'oscillogramme obtenu est représenté sur le graphique ci-dessous.



1.3.1. Indiquer, en justifiant les réponses, à quelle voie de l'oscilloscope correspond chacune des courbes 1 et 2.
En déduire la valeur de la tension E délivrée par le générateur.

1.3.2. Lors de la charge du condensateur à travers le conducteur ohmique de résistance R, la loi générale qui régit l'évolution temporelle de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur s'écrit :

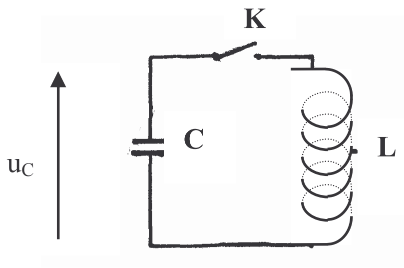
$$u_C(t) = A + B\,e^{\lambda t} \quad \text{où A, B et } \lambda \text{ sont des constantes}$$

Donner les expressions et les unités de A, B et λ.

1.3.3. Nommer la grandeur physique représentée par la constante $\tau = RC$.
Indiquer ce que caractérise cette grandeur.
Déterminer graphiquement sa valeur en expliquant la méthode utilisée.

2. Étude de l'association condensateur – bobine

On réalise le montage suivant :



Le condensateur C est initialement chargé sous une tension continue U_0. La bobine d'inductance L est telle que la résistance du circuit est considérée comme négligeable.

2.1. Établir l'équation différentielle que vérifie la tension u_C aux bornes du condensateur C après la fermeture de l'interrupteur K.

2.2. Un ordinateur muni d'une carte d'acquisition permet de visualiser la tension aux bornes du condensateur. Le début de l'enregistrement est synchronisé avec la fermeture de K.
Décrire la tension observée et donner les expressions littérales de ses grandeurs caractéristiques : pulsation ω, période T et fréquence f. Calculer les valeurs de ces grandeurs pour L = 50 mH et C = 1,0 μF.

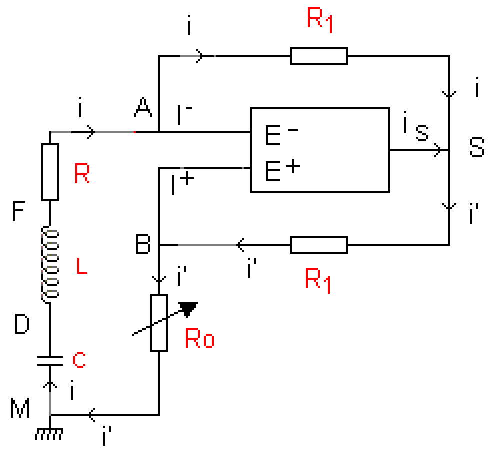
2.3. On désigne respectivement par E_C, E_L et E_0 les énergies emmagasinées dans le condensateur C, dans l'inductance L et dans le circuit LC à l'instant t.
Décrire l'évolution de ces différentes énergies lorsque t varie de t = 0 à t = T.

2.4. En réalité la résistance R du circuit est faible mais non négligeable.
En déduire la conséquence du point de vue énergétique.
Qualifier le régime de l'oscillateur dans ces conditions.

3. Des oscillations électriques à la cuve à ondes

Pour étudier des ondes progressives à la surface de l'eau, on utilise une cuve à ondes. Un vibreur génère des ondes planes rectilignes ou circulaires de fréquence f à la surface de l'eau. Un système de rétroprojection permet d'observer le phénomène sur un écran vertical. L'éclairage de la cuve peut se faire sous stroboscopie, ce qui permet de "figer" l'observation faite sur l'écran.
La fréquence du vibreur peut être réglée grâce à un oscillateur électrique entretenu.

3.1. Le montage représenté ci-dessous permet d'entretenir des oscillations quasi-sinusoïdales dans le circuit RLC.



3.1.1. L'amplificateur opérationnel, dont l'alimentation n'est pas représentée sur le schéma, est supposé parfait et fonctionne en régime linéaire.
Écrire les relations qu'induisent ces propriétés.

3.1.2. En régime linéaire, le circuit est parcouru par un courant i (i = -i') vérifiant l'équation :

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R - R_0}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}\, i = 0$$

En déduire la condition pour que des oscillations entretenues s'installent.

3.1.3. Nommer ce type de montage et justifier son nom en expliquant succinctement son principe de fonctionnement.

3.1.4. Expliquer comment l'amplificateur opérationnel pourrait atteindre sa saturation.
Indiquer les conséquences d'un tel régime sur les oscillations.

3.2. Dans le plan vertical d'une cuve à ondes, le vibreur anime, d'un mouvement périodique de fréquence f, une réglette. Celle-ci génère des vagues rectilignes parallèles se propageant sur l'eau de la cuve à la célérité v. La profondeur h de l'eau est faible et constante.
Pour deux fréquences de vibration différentes, on obtient les résultats suivants :

Fréquence en Hz	8,0	17
Longueur d'onde en cm	2,3	1,6

3.2.1. Calculer la célérité de l'onde pour chacune des fréquences.

3.2.2. Indiquer comment la célérité des ondes varie avec la fréquence.
Qualifier ce phénomène physique.

3.2.3. Décrire une expérience permettant d'observer ce phénomène avec des ondes lumineuses.

3.2.4. En optique, la réfraction résulte du passage d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2.
Expliquer comment on peut modéliser le phénomène de réfraction avec la cuve à ondes.

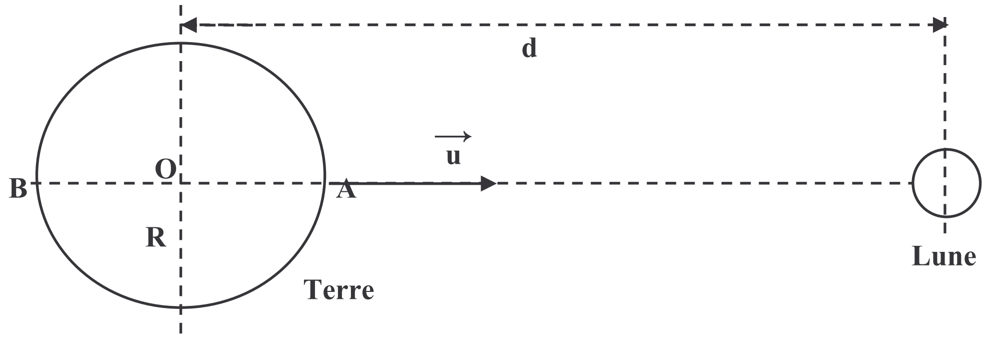
4. De la cuve à ondes à l'océan : étude des marées

Les marées sont une manifestation de la loi de gravitation universelle appliquée au système formé par la Terre, le Soleil et la Lune. L'observation du rythme des marées montre que la Lune joue un rôle majeur dans le phénomène des marées.

Données

- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ S.I.
- Intensité de la pesanteur sur la Terre : $g = 10$ N.kg $^{-1}$
- Distance moyenne Terre – Lune : d = 384 000 km
- Distance moyenne Terre – Soleil : $D = 150.10^6$ km
- Masse de la Lune : $M_L = 7{,}30.10^{22}$ kg
- Masse du Soleil : $M_S = 2{,}0.10^{30}$ kg
- Masse de la Terre $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg
- Rayon terrestre : R = 6380 km
- Période de révolution de la Lune autour de la Terre : $T_L \approx 28$ jours
- Période ou cycle d'une marée : $T_{marée}$ = 12 h 25 min.
- On admettra que les orbites des planètes sont circulaires.

4.1. Les bases de la première explication scientifique du phénomène des marées ont été posées par Newton. Le modèle envisagé est celui d'une Terre immobile qui subit uniquement l'attraction de la Lune. Par souci de simplification, on se place dans le cas où la Lune se situe dans le plan équatorial de la Terre et à une distance d de son centre.



$\vec{u}$: vecteur unitaire

On désigne par $\vec{H}$ le champ gravitationnel de la Lune.
Écrire les expressions littérales de $\vec{H}_A$, $\vec{H}_O$ et $\vec{H}_B$, aux points A, O et B de la Terre.
En déduire l'expression de l'intensité la force de gravitation F_O qu'exerce la Lune sur un objet de masse m situé en O. Calculer F_O pour une masse m = 1,0 kg.

4.2. Selon le modèle de Newton, l'eau des océans serait attirée par la Lune en formant un bourrelet orienté dans sa direction. Comme la Terre fait un tour sur elle-même en 24 heures, ce bourrelet se déplacerait d'est en ouest à la surface des océans en provoquant une marée par jour.
Donner deux raisons montrant que ce schéma ne traduit pas la réalité.

4.3. Le modèle dynamique proposé par Laplace se rapproche d'un schéma assez réaliste du phénomène des marées. Ce modèle montre que la force génératrice des marées $\vec{F}_m$ est la résultante de la force d'attraction gravitationnelle notée $\vec{F}_g$ et d'une autre force $\vec{F}_C$ telle que $\vec{F}_C = -\vec{F}_g$ au centre de la Terre.
Nommer $\vec{F}_C$ et décrire ses caractéristiques.
Expliquer alors sommairement le phénomène des marées selon ce modèle.

4.4. On appelle force de marée la force générée par la différence de la valeur de la gravitation entre deux points d'un objet qui ne sont pas à la même distance du corps attracteur.
Comme la Lune attire la Terre de façon non homogène, la force de marée f_m définie ici est égale à la différence d'attraction que subit un objet de masse m entre les points A et O de la Terre.

4.4.1. Montrer que l'expression de f_m en A (ou en B) est en $1/d^3$.
Calculer f_m pour une masse m = 1,0 kg.

4.4.2. Comparer cette valeur à celle de la force de pesanteur terrestre.
Commenter le résultat
Justifier alors l'existence des marées.

(On peut considérer que R est très petit devant d et utiliser les approximations :

$$\frac{1}{(1-\varepsilon)^2} \approx 1 + 2\varepsilon \quad ou \quad \frac{1}{(1+\varepsilon)^2} \approx 1 - 2\varepsilon \quad pour\ \varepsilon << 1)$$

4.5. Les forces mises en jeu dans le phénomène des marées induisent théoriquement des amplitudes inférieures au mètre.
Expliquer pourquoi on observe parfois des amplitudes de plus de 16 mètres (Baie de Fundy au Canada ou Baie du Mont Saint – Michel en France).

4.6. Déterminer la valeur de l'angle dont se déplace la lune sur son orbite pendant une rotation de la Terre sur elle-même.
En déduire pourquoi la marée accuse un "retard journalier" de 50 min.

4.7. L'effet de marée de la Lune est environ 2,2 fois supérieur à celui dû au Soleil.

4.7.1. Indiquer pourquoi la Lune a plus d'effet sur les marées que le Soleil, alors que la force de gravitation de ce dernier est 200 fois supérieure à celle de la Lune.

4.7.2. Montrer, par le calcul, que le rapport des effets de marée de la Lune et du Soleil est d'environ 2,2.

4.7.3. La prise en compte de la conjonction ou de l'opposition de ces deux effets conduit à l'observation de phénomènes dont la périodicité est de 14 à 15 jours.
Nommer ces phénomènes.

CHIMIE (20 points)

1. Chimie générale

1.1. Donner la configuration électronique de l'oxygène ($Z_O = 8$) et du soufre ($Z_S = 16$) dans leur état fondamental.

1.2. Indiquer le nombre d'électrons de valence ainsi que la valence maximale pour chacun de ces deux éléments.

1.3. En déduire le schéma de Lewis des ions ou molécules suivantes :
- dioxyde de soufre SO_2
- trioxyde de soufre SO_3
- ion sulfate SO_4^{2-}
- ion sulfite SO_3^{2-}

1.4. Préciser la géométrie de ces entités.

1.5. Représenter 4 formes mésomères pour le trioxyde de soufre. Préciser leurs effets sur la molécule.

1.6. Le tableau ci-dessous fournit des informations concernant des composés hydrogénés constitués par des éléments de la colonne 16 de la classification périodique :

	H_2O	H_2S	H_2Se	H_2Te
Masse molaire ($g.mol^{-1}$)	18	34	81	130
Température d'ébullition (°C) (sous la pression normale)	100	- 61	- 42	- 2

Expliquer et commenter la variation des données fournies.

Expliquer le comportement particulier de l'eau.

2. Acides aminés et protéines

La sérine et la cystéine sont deux acides aminés constitutifs des protéines.

2.1. La sérine a pour formule : $HO - CH_2 - \underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{CH}} - COOH$

2.1.1. Donner son nom en nomenclature systématique et dessiner la L-sérine en représentation de Fischer.

2.1.2. On réalise l'oxydation ménagée de la L-sérine par un excès de dichromate de potassium en milieu acide.

2.1.2.1. Écrire l'équation de la réaction.

2.1.2.2. Nommer le composé organique obtenu et préciser s'il possède des propriétés optiques.

2.2. La cystéine a pour formule :

$$HS - CH_2 - \underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{CH}} - COOH$$

2.2.1. Représenter la L-cystéine selon Cram.
Indiquer s'il s'agit de l'isomère R ou S.

2.2.2. On réalise l'oxydation ménagée de la cystéine par le diiode.
Représenter et nommer la molécule obtenue.

2.2.3. On considère une protéine comportant plusieurs motifs cystéiniques.
Indiquer comment la structure spatiale de la protéine peut être modifiée en milieu oxydant.

2.3. La condensation de ces deux acides aminés conduit au composé SER – CYS.

2.3.1. Écrire la formule semi-développée du composé SER – CYS.

2.3.2. Entourer la liaison formée. Donner le nom de ce type de liaison.

2.3.3. Préciser la place de ce composé dans la classification des protides.

2.3.4. Indiquer, en justifiant chaque réponse, si ce composé donnera un résultat positif aux tests suivants : test à la ninhydrine, test au biuret et test xanthoprotéique.

3. Vin et SO_2

On donne : pK_{A1} ($SO_{2(aq)}$ / HSO_3^-) = 1,8 et pK_{A2} (HSO_3^- / SO_3^{2-}) = 7,2

3.1. Représenter le diagramme de prédominance des espèces données en fonction du pH.

3.2. On ajoute du dioxyde de soufre dans le vin pour améliorer sa conservation. Le pH d'un vin est égal à 4. Indiquer sous quelle forme majoritaire se trouve le dioxyde de soufre dans le vin.

3.3. On dissout complètement $5{,}0.10^{-2}$ mol de $SO_{2(g)}$ dans 1,0 L d'eau.

3.3.1. Calculer le pH en ne tenant compte que de la première acidité.

3.3.2. En déduire les concentrations des autres espèces présentes.
Justifier les hypothèses formulées ci-dessus.

4. Hydrolyse du saccharose

On étudie la réaction d'hydrolyse du saccharose :

$$\textbf{Saccharose} + \textbf{Eau} \underset{2}{\overset{1}{\rightleftharpoons}} \textbf{Glucose} + \textbf{Fructose}$$

4.1. Étude thermodynamique

4.1.1. Définir l'enthalpie molaire standard de formation d'un corps pur.

4.1.2. Énoncer la loi de Hess. En déduire l'enthalpie molaire standard de la réaction d'hydrolyse du saccharose à 298 K. Conclure.

4.1.3. Calculer l'enthalpie libre molaire standard de la réaction à 298 K.

4.1.4. En déduire la constante d'équilibre à cette température. Conclure.

Données à 298 K :

$R = 8{,}314$ SI

L'entropie molaire standard de la réaction est $\Delta_r S° = 84{,}2$ J.K^{-1}.mol^{-1}.

	Saccharose	Eau	Glucose	Fructose
$\Delta_f H°$ (kJ.mol^{-1})	- 2 236,9	- 285,8	- 1 268,3	- 1 258,0

4.2. Étude cinétique

On réalise l'expérience d'hydrolyse du saccharose à 25°C et à 37°C sur une solution dont la concentration initiale est C = 350 g.L^{-1}. On mesure la concentration de saccharose restant à l'instant *t* par polarimétrie. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

t en minutes	0	30	60	90	130
C(t) en g.L^{-1} à 298 K	350	315	282	253	220
C(t) en g.L^{-1} à 310 K	350	196	110	61,5	28,4

4.2.1. Montrer que la cinétique est d'ordre 1.

4.2.2. Déterminer les constantes de vitesse de la réaction à 25°C et à 37°C en prenant soin d'en préciser l'unité.

4.2.3. Donner la signification de l'énergie d'activation d'une réaction. Déduire de la question précédente la valeur de cette énergie d'activation pour la réaction d'hydrolyse.

4.2.4. On donne les pouvoirs rotatoires spécifiques des sucres concernés par la réaction :

Sucre	Saccharose	Glucose	Fructose
Pouvoir rotatoire spécifique en °.L.kg^{-1}.dm^{-1}	+ 66,5	+ 52,5	- 92,4

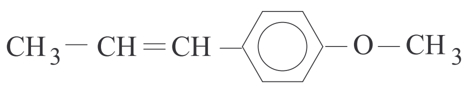
4.2.4.1. Indiquer pourquoi la réaction est souvent appelée "inversion du saccharose".

4.2.4.2. Déterminer la concentration en saccharose restant lorsque le pouvoir rotatoire de la solution devient nul.

4.2.4.3. En déduire pour chaque température l'instant où ce phénomène se produit.

5. Chimie organique : synthèse de l'anéthole

L'anéthole est une substance organique présente dans l'anis et le réglisse. Elle a pour formule :



5.1. On considère le phénol φ - OH (φ = groupement phényle).
Comparer l'acidité du phénol à celle des alcools (on pourra s'appuyer sur l'ion phénolate).

5.2. On effectue sur le propane la réaction de monosubstitution suivante :

$$C_3H_8 + Cl_2 \xrightarrow[\textbf{298 K}]{\textit{lumière UV}} A + A'$$

A et A' étant deux composés chlorés.

On précise, à 25°C, les réactivités relatives des atomes d'hydrogène reliés :
- à un atome de carbone primaire : $R_I = 1$
- à un atome de carbone secondaire : $R_{II} = 4$

5.2.1. Décrire le mécanisme de cette réaction.
5.2.2. Justifier les différences de réactivité des atomes d'hydrogène.
5.2.3. Déterminer les proportions des produits obtenus.
5.2.4. Identifier A et A' sachant que A' est le produit majoritaire.

5.3. La synthèse de l'anéthole s'effectue à partir du phénol et du composé A selon les étapes :

Préparation du composé B

(1a) $A + HO^- \longrightarrow A_1 + Cl^-$

(1b) $A_1 \xrightarrow{MnO_4^- \textit{ en excès}} A_2$ *(acide carboxylique)*

(1c) $A_2 + HCl \longrightarrow B + H_2O$

Préparation du composé B'

(1') $\text{Phénol} + CH_3Br \xrightarrow{\textit{milieu basique}} B' + HBr$

Puis :

(2) $B + B' \xrightarrow{AlCl_3} C$ *(majoritaire)* ou C'

(3) $C \xrightarrow[2)\ H^+,\ H_2O]{1)\ LiAlH_4} D + D'$

(4) $D \text{ ou } D' \xrightarrow[\textbf{Chauffage}]{H_2SO_4} F + F'$

5.3.1. Donner les noms des réactions (1a), (2) , (3), (4).
5.3.2. Déterminer les formules semi- développées des composés B', A_1, A_2, B.
5.3.3. Détailler le mécanisme de la réaction (1a) si celle-ci est effectuée dans un solvant protique.
5.3.4. Indiquer l'influence du groupe substitué sur le noyau benzénique dans le composé B' vis- à-vis de l'étape (2). Déterminer alors la formule semi- développée de C.
5.3.5. Préciser si la réaction (3) est stéréosélective. Justifier.
Indiquer si le mélange obtenu (D et D') a des propriétés optiques.
5.3.6. Déterminer F et F' sachant que F est le composé le plus stable.

DEUXIÈME ÉPREUVE ÉCRITE DU CONCOURS EXTERNE
ÉPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES
COMMENTAIRES

L'épreuve de sciences physiques comportait un problème de physique et un problème de chimie composés respectivement de 4 et 5 parties distinctes et indépendantes.
Le problème de physique s'intitulait : "*De l'oscillateur électrique aux oscillations mécaniques"*. Cette étude s'organisait autour des thèmes suivants :

- l'étude d'un condensateur ;
- l'étude de l'association condensateur - bobine ;
- des oscillations électriques à la cuve à ondes ;
- de la cuve à ondes à l'océan : étude des marées.

Le problème de chimie avait pour objectif de "couvrir large" :

- chimie générale : configurations de molécules et ions comportant l'élément soufre ;
- acides aminés et protéines ;
- vin et SO_2 ;
- hydrolyse du saccharose ;
- chimie organique : synthèse de l'anéthole.

Remarques générales :

La moyenne de l'épreuve est de 8,90/20 avec un éventail de notes s'étalant de 0,00 à 20.
Le jury rappelle que la rédaction des copies doit satisfaire à plusieurs exigences :

- argumentation et développement des réponses en évitant les affirmations sans fondement ;
- maîtrise du langage scientifique ;
- respect de la numération des questions et des notations figurant dans l'énoncé ;
- rigueur dans l'utilisation des unités du système international, de l'outil vectoriel et de la nomenclature …….. ;
- soin et lisibilité.

Remarques particulières :

Partie physique

1 Étude d'un condensateur

- 1.1 et 1.2 : questions généralement bien traitées. Il ne faut cependant pas oublier de repérer la masse et le sens du courant dans le circuit. Des candidats ont confondu le schéma du générateur idéal de tension avec le générateur idéal de courant ou bien encore avec celui de la pile. Les branchements de l'oscilloscope sont parfois mal connus.
- 1.3 : beaucoup de candidats décrivent correctement les courbes 1 et 2 mais certains oublient de les associer aux bornes de l'oscilloscope. D'autre part, de nombreux candidats ont pensé qu'il fallait résoudre l'équation différentielle alors que cette résolution n'était pas demandée. Une lecture attentive de l'énoncé aurait sans doute permis de corriger toutes ces erreurs.

2 Étude de l'association condensateur-bobine

- 2.1 : l'établissement de l'équation différentielle donne parfois lieu à des erreurs de signe dues à une méconnaissance des conventions habituellement adoptées.
- 2.2 : certaines réponses simples ne sont pas fournies. Il faut sans doute en rechercher la cause dans une lecture trop rapide de l'énoncé. Le début de cette question a malgré tout était bien traité. Les expressions de la pulsation, de la fréquence et de la période, pourtant bien connues au niveau du secondaire, sont parfois erronées.

- Remarques :
  - ➢ Une mauvaise lecture de l'énoncé fait que certains candidats décrivent une tension correspondant à la charge du condensateur. S'agissant de l'ordre de grandeur des résultats, les candidats doivent faire preuve d'esprit critique : par exemple, afficher une constante de temps de 15 s devrait au moins interpeller son auteur.
  - ➢ La partie énergétique est souvent traitée de manière très vague alors qu'un bon schéma suffisait à expliquer l'évolution des énergies.
- 2-3 : question souvent mal traitée car la période de l'E_m n'est pas T mais T/2 dans le cas considéré.

3 Des oscillations électriques à la cuve à ondes.

- 3-1-1 : les relations sont souvent bien connues.
- 3-1-3 : le principe du montage dit « à résistance négative » ainsi que l'origine de l'énergie nécessaire fournie au circuit sont très peu connus.
- 3-1-4 : peu de candidats connaissent le régime de saturation d'un AO.
- 3-2 : pour cette partie, la dispersion des ondes et ses applications (utilisation d'un prisme) ne sont quasiment jamais évoquées.
- 3-2-2 : si la description est bonne (vitesse augmentant avec la fréquence), le phénomène correspondant et son nom sont ignorés. Les correcteurs relèvent beaucoup de réponses fausses : réfraction, diffraction, ..et donc des propositions d'expériences fantaisistes à ce niveau car elles ne correspondent pas au phénomène qui est décrit. Quand le phénomène physique est bien compris, les expériences proposées sont en revanche peu réalisables dans la pratique.

4 De la cuve à ondes à l'océan : étude des marées.

- Une lecture attentive de l'énoncé aurait dû permettre de comprendre que cette partie faisait appel à des notions très générales de la mécanique newtonienne. Il est regrettable de constater que beaucoup de candidats ne savent pas écrire l'expression d'un champ gravitationnel. Il y a souvent confusion d'une part entre l'expression du vecteur gravitationnel et son intensité et d'autre part entre la force et le champ.
- De nombreuses confusions sont à noter entre les notions suivantes : accélération centrifuge due à la rotation du système Terre-Lune, accélération centrifuge due à la rotation de la Terre et accélération de Coriolis d'un mobile dans un repère lié à la Terre.

Partie chimie

1 Chimie générale

- Les questions fondamentales portant sur la valence des éléments et les représentations de Lewis ont donné lieu en général à des réponses satisfaisantes.
- Trop souvent, des candidats pensent que la valence représente le nombre total d'électrons de la couche externe.
- Des candidats ne prennent pas en compte la valeur négative de la température d'ébullition et donne donc une évolution fausse.

2 Acides aminés et protéines

- Cette partie, dans l'ensemble peu abordée, aurait mérité un meilleur traitement : les notions qui y sont abordées font partie des "grands classiques" des référentiels de l'enseignement agricole.

3 Vin et SO_2

- 3-1 : tout diagramme de prédominance doit comportait des limites (0 et 14 dans ce cas) et un nom sur l'axe (pK_a).
- 3-3 : il est indispensable de justifier les calculs et les hypothèses faits. Les expressions "toutes faites" donnant le calcul du pH ne sont pas acceptables à ce niveau.

4 Hydrolyse du saccharose

- L’étude thermodynamique comporte souvent des erreurs d’unités.
- Pour la partie cinétique, le graphique n’étant pas explicitement demandé, une régression linéaire suffisait mais elle se devait d'être accompagnée du coefficient directeur et du coefficient de corrélation.

5 Chimie organique

- La première partie aborde la substitution radicalaire, pour laquelle peu de candidats connaissent les trois étapes d’initiation, de propagation et de terminaison
- La deuxième partie sur la synthèse a été peu abordée, ce qui a entraîné une perte de points dommageable.
- Les formules semi - développées sont en général bien trouvées mais le mécanisme classique de la substitution nucléophile bimoléculaire est peu détaillé. On pouvait, par exemple, l’illustrer avec la structure de l’état de transition.
- La dernière question, peu abordée, est souvent mal traitée. Elle faisait pourtant référence à des notions de bases sur la stéréoisomérie Z et E de la double liaison C=C.

PREMIERE ÉPREUVE ÉCRITE DU CONCOURS INTERNE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

SUJET

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS
DE LYCEE PROFESSIONNEL AGRICOLE

SESSION

SESSION : 2007

Concours : INTERNE
Section : Mathématiques - Sciences physiques

EPREUVE N° 1

MATHÉMATIQUES

(Coefficient : 2 - Durée : 4 heures)

L'épreuve est constituée de deux problèmes.

Le premier traite essentiellement de la recherche des images d'ensembles de points par une application géométrique du plan, définie avec l'aide des nombres complexes.

Le deuxième problème d'analyse, est composé de trois parties :

- La partie I a pour objet l'étude de la convergence de la suite $(u_n)_{n\in N^*}$ définie par $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n)$.

La première question de cette partie est de nature pédagogique. Pour cette question, il est demandé de faire particulièrement preuve d'un souci pédagogique, en liaison avec l'enseignement dans les lycées professionnels agricoles.

- La deuxième partie permet de déterminer une valeur approchée de la constante dite d'Euler.
- La dernière partie permet d'exprimer cette constante sous forme d'intégrale.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'utilisation des instruments de calcul est autorisée, notamment celle des calculatrices de poche à condition qu'elles soient à fonctionnement autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

PREMIER PROBLÈME

On se place dans le plan affine euclidien orienté $\mathscr{P}$ rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Le point de coordonnées (x,y) est caractérisé dans le plan complexe par son affixe, le nombre complexe $z = x + \mathrm{i}\,y$.

Soit f l'application de l'ensemble des nombres complexes C dans C qui, à tout nombre complexe z, associe le nombre complexe z' tel que $z' = z^2$.

On note F l'application de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' égale à $f(z)$.

I. Quelques propriétés de l'application *F*.

1. Déterminer les points invariants par l'application F.
2. Démontrer que l'application F est surjective et non injective.

II. Image de quelques ensembles.

1. Déterminer l'image par l'application F d'une droite passant par l'origine du repère.
2. Soit k un nombre réel non nul. Déterminer l'image de l'hyperbole d'équation $xy = k$ et en donner une équation cartésienne.
3. Soit $(\mathscr{C})$ le cercle de centre d'affixe 1 et de rayon 1.

   Démontrer que le cercle $(\mathscr{C})$ admet comme équation en coordonnées polaires $\rho = 2\cos\theta$.

   En déduire l'équation en coordonnées polaires de l'image du cercle $(\mathscr{C})$.

   Construire sur le même graphique $(\mathscr{C})$ et son image.

   On prendra 2 centimètres comme unité graphique.
4. Soit a un nombre réel strictement positif.

   Soit la droite $(\mathscr{D}_a)$ d'équation $x = a$, parallèle à l'axe des ordonnées.

   Démontrer que l'image de la droite $(\mathscr{D}_a)$ est une parabole $(\mathscr{P}_a)$ dont on donnera une équation cartésienne. Déterminer son foyer et sa directrice.

   En prenant $a = 1$, construire sur le même graphique $(\mathscr{D}_1)$ et son image.

   On prendra 1 centimètre comme unité graphique.

III. Image d'une ellipse de centre *O*.

a désigne un nombre réel strictement positif et c un nombre complexe tels que $|c| \leq a$.

Soient F_1 et F_2 les deux points admettant pour affixes respectives c et $-c$.

Soit $(\mathscr{E})$ l'ellipse, ensemble des points M tels que $MF_1 + MF_2 = 2a$.

1. Vérifier que pour tout nombre complexe z,

$$|z-c||z+c| = \frac{1}{2}\left\{ \left(|z-c| + |z+c|\right)^2 - 2|z|^2 - 2|c|^2 \right\}$$

2. Soit M un point quelconque de l'ellipse$(\mathscr{E})$ et M' son image par l'application F.

   Si F_1' désigne l'image de F_1, démontrer que $M'F_1' + M'O = 2a^2 - |c|^2$.

3. Déterminer l'image de l'ellipse $(\mathscr{E})$.

4. On suppose que l'ellipse $(\mathscr{E})$ admet comme équation cartésienne $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

   Déterminer les nombres a et c.

   Construire l'ellipse $(\mathscr{E})$ et son image par l'application F sur le même graphique.

   On prendra 2 centimètres comme unité graphique.

DEUXIÈME PROBLÈME

On considère la suite $(u_n)_{n\in N^*}$ définie par $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n)$.

PARTIE I

1. Soit a un nombre réel strictement positif.

   a. Construire un exercice destiné à des élèves de lycée professionnel agricole portant sur des comparaisons d'aires et permettant **d'illustrer graphiquement** la double inégalité :

$$0 \leq \int_a^{a+1} \frac{1}{t}\,dt \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a+1}\right). \qquad (1)$$

   b. Traduire graphiquement pour tout nombre réel t de l'intervalle $[a, a+1]$, la double inégalité suivante :

$$0 \leq \frac{1}{t} \leq \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a}\right)(t-a). \qquad (2)$$

   c. Démontrer la double inégalité (2) et en déduire la double inégalité (1).

2.

   a. Démontrer que pour tout nombre entier naturel non nul n,

$$0 \leq u_n - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$$

   b. En déduire que la suite $(u_n)_{n\in N^*}$ est minorée, puis qu'elle converge.

3. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par

$$g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{6x^3}.$$

   Étudier le sens de variation de la fonction g.

   En déduire que, pour tout nombre réel strictement positif x, $g(x) > 0$.

4. Démontrer à l'aide des résultats précédents que, pour tout nombre entier naturel non nul n, on a :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) - \frac{1}{6n^3} \leq u_n - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$$

5. Démontrer que pour tout nombre réel a strictement supérieur à 1, $\int_{a-1}^{a} \frac{1}{t^3}\,dt \geq \frac{1}{a^3}$.

En déduire pour tout nombre entier n supérieur ou égal à 2, un majorant de $\sum_{k=n}^{+\infty} \frac{1}{k^3}$.

6. Soit γ la limite de la suite $(u_n)_{n\in N^*}$.

a. On suppose que n est un nombre entier supérieur ou égal à 2.

Démontrer alors que $\frac{1}{2n} - \frac{1}{12(n-1)^2} \leq u_n - \gamma \leq \frac{1}{2n}$.

b. Donner une valeur de n telle que l'encadrement précédent permette de déterminer une valeur approchée de γ à moins de 10^{-2} près à partir de u_n. Donner alors un encadrement de γ à 10^{-2} près.

PARTIE II

On note γ la limite de la suite $(u_n)_{n\in N^*}$.

Pour tout nombre entier naturel non nul n, on définit la fonction e_n sur l'intervalle $[0;n]$ par

$$e_n(t) = \left(1 - \frac{t}{n}\right)^n.$$

1. Soit n un nombre entier naturel non nul.

a. Démontrer que pour tout nombre réel u appartenant à l'intervalle $[0;1]$, on a :

$$(1-u^2)e^{-u} \leq 1 - u \leq e^{-u} \quad \text{et} \quad (1-u)^n \geq 1 - nu.$$

b. En déduire que pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0;n]$, $0 \leq e^{-t} - e_n(t) \leq \frac{t^2}{n} e^{-t}$.

2. Soit u un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0;1]$ et n un entier naturel non nul.

a. Calculer $\sum_{k=0}^{n-1} (1-u)^k$.

En déduire que $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \int_0^1 \frac{1-(1-u)^n}{u}\,du$, puis que $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \int_0^n \frac{1-e_n(t)}{t}\,dt$.

b. Démontrer que $u_n = \int_0^1 \frac{1-e_n(t)}{t}\,dt - \int_1^n \frac{e_n(t)}{t}\,dt$.

3. Démontrer que $\gamma = \int_0^1 \frac{1-e^{-t}}{t}\,dt - \int_1^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t}\,dt$.

En déduire que $\gamma = -\int_0^{+\infty} e^{-t} \ln t \; dt$.

PREMIERE ÉPREUVE ÉCRITE DU CONCOURS INTERNE
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
COMMENTAIRES

1. Remarques générales

Le jury constate avec satisfaction que la plupart des candidats ont le souci de fournir des copies bien tenues et bien présentées.

La question de nature pédagogique qui portait sur l'illustration graphique d'une double inégalité, est rarement traitée de façon complète. D'une part, il manque souvent l'une des inégalités et d'autre part les situations retenues ne permettent pas d'illustrer le cas général proposé. De plus, la clarté du texte et des consignes de travail est perfectible. L'exercice rédigé doit pouvoir être proposé dans n'importe quelle classe sans commentaires. Nous constatons que la part de l'implicite est trop grande et que les notations abusives sont fréquentes.

Des définitions de base sont inconnues et des propriétés fondamentales insuffisamment maîtrisées. En particulier il est surprenant que les notions de surjection et d'injection soient ignorées par beaucoup de candidats ou confondues avec la notion d'application.
Le jury note de graves lacunes à propos de l'ensemble des nombres complexes. Certaines des erreurs commises sont déjà fortement sanctionnées dans une classe de terminale scientifique, par exemple : pour z et z' complexes, $|z + z'| = |z|+|z'|$ et l'équation z'= z² où z et z' sont des complexes, a pour solution $z = \sqrt{z'}$ avec z' ≥0.

Il ne suffit pas d'initialiser un calcul pour répondre à la question posée. Cette situation est très fréquente lorsqu'il est demandé de rechercher un ensemble de points. Il faut conclure en identifiant l'ensemble demandé et ne pas oublier de démontrer la réciproque.

Le questionnement est progressif et la résolution d'un problème nécessite souvent de réutiliser les résultats précédemment validés. Les candidats doivent donc s'entraîner à lire l'ensemble d'un sujet et comprendre l'enchaînement des questions.
La rédaction doit être précise et rigoureuse. Dans tous les cas, les hypothèses des théorèmes utilisés doivent être validées.

La maîtrise du programme de terminale scientifique permet de traiter plus de la moitié d'un tel sujet. Nous encourageons donc les futurs candidats à travailler activement, dans un premier temps, les connaissances enseignées à ce niveau.

2. Eléments de correction

PREMIER PROBLEME

I 1. M d'affixe z est invariant par F si et seulement si $f(z) = z$.

$$f(z) = z \Leftrightarrow z^2 = z \Leftrightarrow z(z-1) = 0 \Leftrightarrow z = 0 \text{ ou } z = 1$$

Les points invariants par F sont les points d'affixes respectives 0 et 1.

I 2. Quel que soit le complexe a l'équation $z^2 = a$ admet au moins une solution dans C,
ce qui signifie que tout complexe a admet au moins un antécédent par f.
L'application f et par conséquent F est surjective.

$f(1) = f(-1)$ donc 1 et –1 ont la même image par f.
L'application f et par conséquent F n'est pas injective.

II 1. On pose $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ avec $(x ; y) \in R^2$ et $(x'; y') \in R^2$

$$z' = z^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x^2 - y^2 \\ y' = 2xy \end{cases}$$

Si $y = ax$ (a réel) alors $x' = x^2 - ax^2$ et $y' = 2ax^2$

<u>1^{er} cas : a = 0</u>

L'image de la droite d'équation $y = 0$ est l'ensemble des points M'(z') avec $\begin{cases} x' = x^2 \text{ et } x \in R \\ y' = 0 \end{cases}$

Soit la demi droite d'équation $\begin{cases} y' = 0 \\ x' \geq 0 \end{cases}$

<u>2^{ème} cas : a $\neq$ 0</u>

L'image de la droite d'équation y=ax est l'ensemble des points M'(z') avec $\begin{cases} x' = \dfrac{1-a^2}{2a} y' \\ y' = 2ax^2 \text{ et } x \in R \end{cases}$

Soit la demi droite d'équation $\begin{cases} x' = \dfrac{1-a^2}{2a} y' \\ y' \geq 0 \text{ si } a \in IR^{*+} \end{cases}$ ou $\begin{cases} x' = \dfrac{1-a^2}{2a} y' \\ y' \leq 0 \text{ si } a \in IR^{*-} \end{cases}$

III 1. On pose $z = x + iy$ et $c = \alpha + i\beta$ avec $(x; y) \in R^2$ et $(\alpha; \beta) \in R^2$

$$(|z-c| + |z+c|)^2 = |z-c|^2 + |z+c|^2 + 2|z-c||z+c|$$

$$(|z-c| + |z+c|)^2 = (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 + (x + \alpha)^2 + (y + \beta)^2 + 2|z-c||z+c|$$

$$(|z-c| + |z+c|)^2 = 2(x^2 + y^2) + 2(\alpha^2 + \beta^2) + 2|z-c||z+c|$$

$$(|z-c| + |z+c|)^2 = 2|z|^2 + 2|c|^2 + 2|z-c||z+c|$$

d'où $|z-c||z+c| = \dfrac{1}{2}\{(|z-c| + |z+c|)^2 - 2|z|^2 - 2|c|^2\}$

III 2. $MF_1 = |z-c|$ et $MF_2 = |z+c|$

$M(z)$ appartient à l'ellipse $(\mathcal{E})$ $\Leftrightarrow$ $|z-c| + |z+c| = 2a$

On en déduit que :

$$|z^2 - c^2| = \frac{1}{2}(4a^2 - 2|z|^2 - 2|c|^2)$$

soit $\quad M'F_1' = 2a^2 - OM' - |c|^2$

soit $\quad M'F_1' + OM' = 2a^2 - |c|^2$

DEUXIEME PROBLEME

Partie I

1. a) Exercice destiné à des élèves de terminale Bac Pro ou STAV.

1.a Représenter dans un repère orthonormal (unité graphique 1cm) la fonction f définie sur]0 ; $+\infty$[par f(x) = $\frac{1}{x}$.

1.b Interpréter géométriquement $\int_2^3 \frac{1}{t}\,dt$.

1.c On considère les points A(2 ;0), B(3 ;0), C(3 ;f(3)) et D(2 ;f(2)).
Démontrer que l'aire du trapèze, exprimée en cm^2, est donnée par :

Aire (ABCD) = $\frac{1}{2}$ *[f(2) + f(3)]*

1.d Comparer graphiquement $\int_2^3 \frac{1}{t}\,dt$ *et Aire (ABCD).*

1.e Déduire des questions précédentes que : $0 \le \int_2^3 \frac{1}{t}\,dt \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$

2. Plus généralement, si a désigne un nombre réel strictement positif, justifier par des considérations graphiques que :

$$0 \le \int_a^{a+1} \frac{1}{t}\,dt \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{a+1}\right)$$

1.b) La fonction f définie sur]0 ; $+\infty$[par f(t) = $\frac{1}{t}$ est représentée dans un repère du plan..

On considère les points D(a ; f(a)) et C(a+1; f(a+1)).

La droite (DC) a pour équation : $y-f(a) = \frac{f(a+1)-f(a)}{a+1-a}(x-a)$ soit $y = \left(\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a}\right)(x-a)+\frac{1}{a}$

La double inégalité (2) traduit graphiquement que sur l'intervalle [a ; a+1] la courbe représentative de la fonction inverse est au dessus de l'axe des abscisses et en dessous de la corde [DC].

1.c) $\forall t \in [a;a+1]$ on a $\frac{1}{t} \ge 0$

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{t}+\left(\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a}\right)(t-a) = \frac{t-a}{at}-\frac{1}{a(a+1)}(t-a) = (t-a)\left(\frac{(a+1)-t}{at(a+1)}\right)$$

$\forall t \in [a;a+1]$ on a $(t-a) \ge 0$, $(a+1)-t \ge 0$ et $at(a+1) \ge 0$

par conséquent $\frac{1}{a}-\frac{1}{t}+\left(\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a}\right)(t-a) \ge 0$ soit $\frac{1}{t} \le \frac{1}{a}+\left(\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a}\right)(t-a)$

Ce qui démontre la double inégalité (2).

Dans cette double inégalité, les fonctions de la variable t sont continues sur [a ; a+1] et $a \le a+1$

Par conséquent $0 \le \int_a^{a+1} \frac{1}{t}\,dt \le \int_a^{a+1} \frac{1}{a}+\left(\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a}\right)(t-a)\,dt$

Or $\int_a^{a+1} \frac{1}{a}+\left(\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a}\right)(t-a)\,dt = \left[\frac{1}{a}t+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a}\right)(t-a)^2\right]_a^{a+1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{a+1}\right)$

Ce qui démontre la double inégalité (1).

2.a) Pour tout entier naturel non nul $u_n - u_{n+1} = -\frac{1}{n+1} + \ln(n+1) - \ln(n)$

- $\ln(n+1) - \ln(n) = \int_n^{n+1} \frac{1}{t}dt$ donc d'après (1) on a $\ln(n+1) - \ln(n) \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right)$ et par suite $u_n - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$
- On considère la fonction k définie sur $]0\,;+\infty[$ par $k(x) = -\frac{1}{x+1} + \ln(x+1) - \ln(x)$

k est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $k'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{-1}{x(x+1)^2}$

$\forall x \in]0;+\infty[$ $k'(x) < 0$ donc k est strictement décroissante sur cet intervalle

d'autre part $k(x) = -\frac{1}{x+1} + \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ et par conséquent $\lim_{+\infty} k = 0$

On en déduit que k est positive sur $]0\,;+\infty[$ et $u_n - u_{n+1} \geq 0$.

2.b) Pour tout entier naturel non nul $u_n - u_{n+1} \geq 0$. La suite (u_n) est donc décroissante.

Pour tout entier naturel non nul $u_n - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

On en déduit que $\sum_{k=1}^{k=n-1} (u_n - u_{n+1}) \leq \sum_{k=1}^{k=n-1} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

Soit $u_1 - u_n \leq \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

Or $u_1 = 1$ donc $\frac{1}{2} + \frac{1}{2n} \leq u_n$ et par suite $\frac{1}{2} \leq u_n$

La suite (u_n) est décroissante et minorée par $\frac{1}{2}$, elle est donc convergente.

5. $a > 1$ et $\forall t \in [a-1;a]$ $\frac{1}{t^3} \geq \frac{1}{a^3}$.

Les fonctions $t \mapsto \frac{1}{t^3}$ et $t \mapsto \frac{1}{a^3}$ sont continues sur [a-1 ; a].

Donc $\int_{a-1}^{a} \frac{1}{t^3}dt \geq \int_{a-1}^{a} \frac{1}{a^3}dt$ or $\int_{a-1}^{a} \frac{1}{a^3}dt = \left[\frac{t}{a^3}\right]_{a-1}^{a} = \frac{1}{a^3}$

Par conséquent $\int_{a-1}^{a} \frac{1}{t^3}dt \geq \frac{1}{a^3}$

On en déduit que pour tout $n \geq 2$ $\sum_{k=n}^{k=N} \frac{1}{k^3} \leq \sum_{k=n}^{k=N} \int_{k-1}^{k} \frac{1}{t^3}dt$ pour $N > n$

Or $\sum_{k=n}^{k=N} \int_{k-1}^{k} \frac{1}{t^3}dt = \int_{n-1}^{N} \frac{1}{t^3}dt = \left[-\frac{1}{2t^2}\right]_{n-1}^{N} = \frac{1}{2(n-1)^2} - \frac{1}{2N^2}$

$\sum_{k=n}^{k=N} \frac{1}{k^3}$ et $\int_{n-1}^{N} \frac{1}{t^3} dt$ sont convergentes et $\int_{n-1}^{+\infty} \frac{1}{t^3} dt = \frac{1}{2(n-1)^2}$

donc $\sum_{k=n}^{+\infty} \frac{1}{k^3} \leq \frac{1}{2(n-1)^2}$

Partie II

1.a) $u \in [0; 1]$

- $1 - u \leq e^{-u} \Leftrightarrow 1 - u - e^{-u} \leq 0$

Pour démontrer cette inégalité, on montre par exemple que la fonction $u \overset{h}{\mapsto} 1 - u - e^{-u}$ est décroissante sur $[0; 1]$ et que $h(0) = 0$.

- Pour $u = 1$ $(1-u^2)e^{-u} = 1 - u$

  Pour $u \in [0; 1[$ $(1-u^2)e^{-u} \leq 1 - u \Leftrightarrow (1 + u)e^{-u} \leq 1$ puisque $(1-u) > 0$

Pour démontrer cette inégalité, on montre par exemple que la fonction $u \overset{j}{\mapsto} (1 + u)e^{-u}$ est décroissante sur $[0; 1[$ et que $j(0) = 1$.

2.a) $u \in]0 ; 1]$ donc $1-u \neq 1$

$\sum_{k=0}^{k=n-1} (1-u)^k$ est la somme des n premiers termes d'une suite géométrique de raison $(1 - u)$ et de premier terme 1. (Programme Bac Pro et Bac STAV)

$$\sum_{k=0}^{k=n-1} (1-u)^k = \frac{1-(1-u)^n}{u}$$

DEUXIÈME ÉPREUVE ÉCRITE DU CONCOURS INTERNE

ÉPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES

SUJET

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS
DE LYCÉE PROFESSIONNEL AGRICOLE – 2ème grade

SESSION 2007

Concours : INTERNE
Section : Mathématiques – Sciences physiques

ÉPREUVE N° 2

COMPOSITION DE PHYSIQUE CHIMIE

(Coefficient : 2 – Durée : 4 heures)

L'utilisation des instruments de calcul est autorisée, notamment celle des calculatrices de poche à condition qu'elles soient à fonctionnement autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

Il est recommandé aux candidats de partager également le temps entre la physique et la chimie.

La composition comporte deux exercices de physique et deux exercices de chimie**.** Les candidats sont invités **à respecter l'ordre des questions** avec leur numérotation exacte. En cas de non-réponse, il suffit **de laisser un espace après le numéro de la question** pour indiquer clairement que celle-ci n'a pas été traitée.

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre pour cela.

Les correcteurs tiendront le plus grand compte des qualités de soin et de présentation.

PHYSIQUE (20 points)

<u>Premier exercice</u> **De l'oscillateur électrique à l'oscillateur mécanique** ***(12 points)***

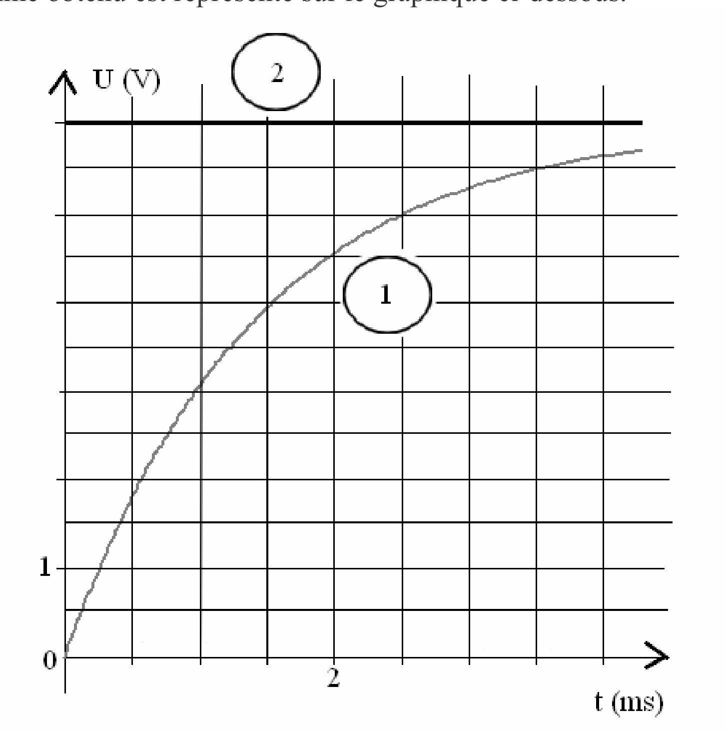
4. Étude d'un condensateur

Un générateur idéal de tension notée E, alimente un condensateur de capacité C monté en série avec un conducteur ohmique de résistance R. Le condensateur C est initialement déchargé. On souhaite visualiser, à l'oscilloscope numérique, la tension aux bornes du générateur sur la voie A et la tension aux bornes du condensateur sur la voie B, lors de la fermeture du circuit.

4.1. Donner la définition d'un générateur idéal de tension.

4.2. Représenter le schéma du montage en y faisant figurer les flèches des tensions visualisées ainsi que les branchements de l'oscilloscope.

4.3. L'oscillogramme obtenu est représenté sur le graphique ci-dessous.



4.3.1. Indiquer, en justifiant les réponses, à quelle voie de l'oscilloscope correspond chacune des courbes 1 et 2.
En déduire la valeur de la tension E délivrée par le générateur.

4.3.2. Lors de la charge du condensateur à travers le conducteur ohmique de résistance R, la loi générale qui régit l'évolution temporelle de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u_C(t) = A + B\,e^{\lambda t} \quad \text{où A, B et } \lambda \text{ sont des constantes}$$

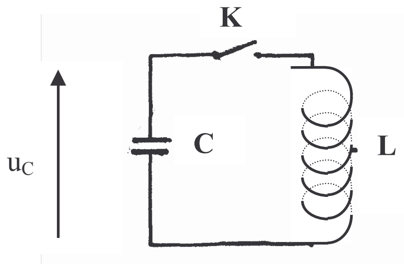
Donner les expressions et les unités de A, B et λ.

4.3.3. Nommer la grandeur physique représentée par la constante τ = RC.
Indiquer ce que caractérise cette grandeur.
Déterminer graphiquement sa valeur en expliquant la méthode utilisée.

P.L.P.A.2 - Session 2007 – Concours interne

5. Étude de l'association condensateur – bobine

On réalise le montage suivant :



Le condensateur C est initialement chargé sous une tension continue U_0. La bobine d'inductance L est telle que la résistance du circuit est considérée comme négligeable.

2.5. Établir l'équation différentielle que vérifie la tension u_C aux bornes du condensateur C après la fermeture de l'interrupteur K.

2.6. Un ordinateur muni d'une carte d'acquisition permet de visualiser la tension aux bornes du condensateur. Le début de l'enregistrement est synchronisé avec la fermeture de K.
Décrire la tension observée et donner les expressions littérales de ses grandeurs caractéristiques : pulsation ω, période T et fréquence f. Calculer les valeurs de ces grandeurs pour L = 50 mH et C = 1,0 µF.

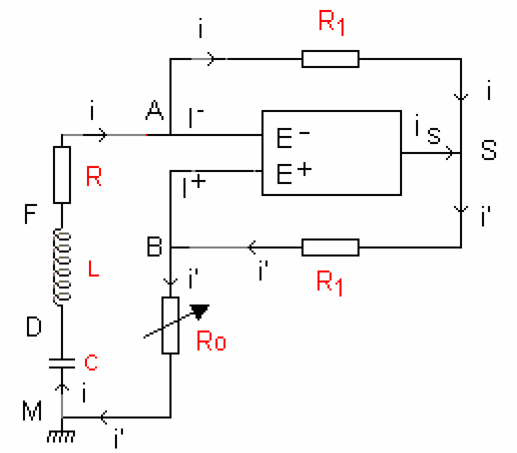
2.7. On désigne respectivement par E_C, E_L et E_0 les énergies emmagasinées dans le condensateur C, dans l'inductance L et dans le circuit LC à l'instant t.
Décrire l'évolution de ces différentes énergies lorsque t varie de t = 0 à t = T.

2.8. En réalité la résistance R du circuit est faible mais non négligeable.
En déduire la conséquence du point de vue énergétique.
Qualifier le régime de l'oscillateur dans ces conditions.

6. Des oscillations électriques à la cuve à ondes

Pour étudier des ondes progressives à la surface de l'eau, on utilise une cuve à ondes. Un vibreur génère des ondes planes rectilignes ou circulaires de fréquence f à la surface de l'eau. Un système de rétroprojection permet d'observer le phénomène sur un écran vertical. L'éclairage de la cuve peut se faire sous stroboscopie, ce qui permet de "figer" l'observation faite sur l'écran.
La fréquence du vibreur peut être réglée grâce à un oscillateur électrique entretenu.

6.1. Le montage représenté ci-dessous permet d'entretenir des oscillations quasi-sinusoïdales dans le circuit RLC.



6.1.1. L'amplificateur opérationnel, dont l'alimentation n'est pas représentée sur le schéma, est supposé parfait et fonctionne en régime linéaire.
Écrire les relations qu'induisent ces propriétés.

6.1.2. En régime linéaire, le circuit est parcouru par un courant i (i = -i') vérifiant l'équation :

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R - R_0}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}\,i = 0$$

En déduire la condition pour que des oscillations entretenues s'installent.

6.1.3. Nommer ce type de montage et justifier son nom en expliquant succinctement son principe de fonctionnement.

6.1.4. Expliquer comment l'amplificateur opérationnel pourrait atteindre sa saturation.
Indiquer quelles seraient les conséquences d'un tel régime sur les oscillations.

6.2. Dans le plan vertical d'une cuve à ondes, le vibreur anime, d'un mouvement périodique de fréquence f, une réglette. Celle-ci génère des vagues rectilignes parallèles se propageant sur l'eau de la cuve à la célérité v. La profondeur h de l'eau est faible et constante.
Pour deux fréquences de vibration différentes, on obtient les résultats suivants :

Fréquence ν en Hz	8,0	17
Longueur d'onde λ en cm	2,3	1,6

3.2.1. Calculer la célérité de l'onde pour chacune des fréquences.

4.2.1. Indiquer comment la célérité des ondes varie avec la fréquence.
Qualifier ce phénomène physique.

4.2.2. Décrire une expérience permettant d'observer ce phénomène avec des ondes lumineuses.

4.2.3. En optique, la réfraction résulte du passage d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2.
Expliquer comment on peut modéliser le phénomène de réfraction avec la cuve à ondes.

<u>Deuxième exercice</u> : élaboration d'une fiche pédagogique ***(8 points)***

Le module MP3 du baccalauréat professionnel Conduite et gestion de l'élevage canin et félin s'intitule : "*Connaissances scientifiques et techniques relatives à l'environnement de l'animal"*.

Il comporte 75 "heures-élèves" de Sciences Physiques.
L'objectif 2 traite des énergies.
Cette partie de programme est libellée comme suit :

Contenus	Compétences attendues	Recommandations pédagogiques

1. Énergie thermique (7 heures) - Relation fondamentale de la calorimétrie - La chaleur : bilan, transfert d'énergie et mesures calorimétriques	- Énoncer et appliquer la relation $Q = m.C.\Delta\theta$ - Réaliser un bilan thermique - Calculer une quantité de chaleur - Déterminer une capacité thermique massique	- Distinguer chaleur et température - Insister sur la valeur particulière de la capacité thermique de l'eau - Travaux Pratiques : expliquer le principe des mesures calorimétriques et déterminer une capacité thermique massique

P.L.P.A.2 - Session 2007 – Concours interne

Travail à faire par le candidat

Produire une fiche pédagogique correspondant à la réalisation, par les élèves, d'un TP pour illustrer cette partie de programme.
Cette fiche devra comporter :
- le plan de la séance ;
- la description sommaire des manipulations à effectuer ;
- la liste du matériel à mettre en œuvre pour chaque groupe ;
- les consignes de sécurité ;
- le travail que chaque élève (ou chaque binôme) devra rendre à la fin de la séance.

CHIMIE (20 points)

Données :

- Masses molaires atomiques :

Éléments chimiques	H	C	O
Masses molaires atomiques en $g.mol^{-1}$	1,0	12,0	16,0

- Masse molaire de l'alcool benzylique : 108 $g.mol^{-1}$
- Masse molaire de l'acide benzoïque : 122 $g.mol^{-1}$
- Solubilité de l'acide benzoïque dans l'eau à 25°C : 2,4 $g.L^{-1}$
- Solubilité du benzoate de sodium dans l'eau à 25°C : 650 $g.L^{-1}$
- Équations non équilibrées de demi-réactions d'oxydoréduction

$$MnO_4^- + e^- + H^+ = MnO_2 + H_2O$$

$$MnO_4^- + e^- + H_2O = MnO_2 + HO^-$$

$$C_6H_5COO^- + e^- + H_2O = C_6H_5\text{-}CH_2\text{-}OH + HO^-$$

Premier exercice **Étude des aspects structurels ou réactionnels de quelques acides carboxyliques de notre quotidien** ***(12 points)***

PARTIE I

L'acide benzoïque C_6H_5-COOH est utilisé comme conservateur dans l'industrie agroalimentaire sous le code E210.

On peut le synthétiser au laboratoire par oxydation de l'alcool benzylique C_6H_5-CH_2-OH en présence de permanganate de potassium en milieu basique selon le mode opératoire simplifié suivant :

- on introduit dans un ballon 20 mL de solution de soude à 2,0 mol.L^{-1}, 2,0 mL d'alcool benzylique (densité d = 1,04), 2 g de carbonate de calcium, 150 mL de permanganate de potassium à 0,25 mol.L^{-1} et quelques billes de verre. On réalise ensuite un montage de chauffage à reflux et on porte à ébullition douce pendant 30 minutes ;
- on refroidit le ballon et on filtre son contenu sous vide sur büchner pour éliminer le dioxyde de manganèse solide MnO_2 ;

- on acidifie le filtrat avec de l'acide chlorhydrique concentré pour faire précipiter totalement l'acide benzoïque. Les traces de MnO_2 restantes sont éliminées par ajout d'une solution de sulfite de sodium ($2Na^+$, SO_3^{2-}) ;
- après filtration et lavage sur büchner, on récupère des cristaux blancs qui sont séchés à l'étuve ;
- on effectue ensuite une recristallisation dans de l'eau distillée portée à ébullition et, après filtration et lavage, on récupère les cristaux d'acide benzoïque que l'on sèche et que l'on pèse. On en obtient une masse m =1,60 g.

1.1. Écrire l'équation bilan de la réaction d'oxydation de l'alcool benzylique par les ions permanganate en milieu basique (couples $C_6H_5COO^-$/C_6H_5-CH_2-OH et MnO_4^-/MnO_2).
1.2. Schématiser et annoter le montage de chauffage à reflux ; indiquer son rôle.
1.3. Déterminer quel est le réactif limitant de la réaction.
1.4. Écrire l'équation de la réaction qui correspond à l'acidification du filtrat par l'acide chlorhydrique concentré.
1.5. Expliquer l'intérêt de réaliser la synthèse en milieu basique sachant qu'en milieu acide on obtient également du dioxyde de manganèse solide MnO_2.
1.6. Expliquer le principe et l'intérêt d'une recristallisation.
1.7. Calculer le rendement de la réaction.
1.8. Indiquer deux techniques pour identifier le produit obtenu.

PARTIE II

L'acide éthanoïque, qui est présent en abondance dans le vinaigre, est un réactif courant en synthèse organique. Il peut par exemple servir à synthétiser un ester utilisé comme arôme alimentaire à saveur et odeur de banane.
Soit E l'ester formé à partir de l'acide éthanoïque et d'un monoalcool saturé A dont on cherche à déterminer la formule brute et la structure.
On fait réagir à chaud l'ester E avec une solution d'hydroxyde de potassium (ou potasse).

2.1. Donner le nom de ce type de réaction.
2.2. Ecrire l'équation de la réaction entre un ester (prendre la formule générale) et l'hydroxyde de potassium. Préciser s'il s'agit d'une réaction totale ou limitée.
2.3. Expliciter le mécanisme réactionnel de cette réaction.
2.4. Il faut n = $8{,}0.10^{-2}$ mol d'hydroxyde de potassium pour faire réagir une masse m = 10,4 g d'ester E.
À partir de cette donnée, déterminer la masse molaire de l'alcool A et sa formule brute.
2.5. L'alcool A traité par du dichromate de potassium acidifié en excès produit un acide carboxylique.
Déterminer, en justifiant la réponse, la classe de l'alcool A.

2.6. Le spectre RMN de l'alcool A indique notamment 1 doublet intégrant pour 6 H équivalents.
En déduire la formule développée et le nom de l'alcool A.

Deuxième exercice **Conception d'un exercice d'application** ***(8 points)***

On peut lire, dans le programme de chimie du module S2 de la classe de BEPA Option Animalerie, l'extrait qui suit :

P.L.P.A.2 - Session 2007 – Concours interne

OBJECTIFS	CONTENUS
…………………………………………. 4. Acquérir des connaissances de base relatives à l'alimentation des animaux et à la digestion 4.1. Citer les constituants des aliments et leurs principales caractéristiques 4.2. Expliquer le phénomène de la digestion	……………………………………………. - eau, matière sèche - matières organiques, glucides, lipides, protides, vitamines - matières minérales, macro et oligoéléments - interprétation d'étiquettes d'aliments - principales biomolécules simples (oses, acides gras, acides aminés) - le phénomène chimique de l'hydrolyse, équation - bilan - la digestion : une simplification des molécules en vue de l'absorption

Travail à faire par le candidat

Produire le texte d'un exercice à donner aux élèves de cette classe de B.E.P.A. pour illustrer les notions essentielles figurant dans l'extrait de programme proposé.
Cet exercice devra permettre au professeur de s'assurer que les objectifs fixés par le programme et par lui-même ont bien été atteints.
Préciser les conditions matérielles de résolution de cet exercice par les élèves.
Adjoindre au texte un corrigé donnant les réponses attendues avec un barème détaillé comportant les bonifications et les pénalisations en fonction de la performance réalisée par l'élève.

DEUXIÈME ÉPREUVE ECRITE DU CONCOURS INTERNE
ÉPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES
COMMENTAIRES

L'épreuve de sciences physiques comportait deux parties, l'une portait sur la physique, l'autre sur la chimie. Chacune des parties étant composée de deux exercices qui visent respectivement à évaluer :

- d'une part, les connaissances du candidat dans la discipline ;
- d'autre part, les compétences pédagogiques du candidat.

La moyenne de l'épreuve est de 7,35/20 avec un éventail de notes s'étalant de 2,50 à 14,50.
7 candidats sur 28 obtiennent une note supérieure ou égale à 10.
Les correcteurs observent une baisse significative de la moyenne de l'épreuve écrite (10,05 pour la session 2006 et 8,35 pour 2005).

Les exercices étaient classiques et ne présentaient pas de difficultés particulières.
Les correcteurs constatent que les connaissances de base de sciences physiques enseignées dans le secondaire ne sont pas acquises.
Ils regrettent que les exercices à caractère pédagogique aient été négligés par des candidats sensés avoir une expérience professionnelle de plus de 3 ans et qui, de surcroît, savent qu'ils auront à traiter ce genre d'exercices.
Les correcteurs notent également un manque de rigueur assez général : les chiffres significatifs ne sont souvent, pas le souci des candidats et les unités des grandeurs physiques sont parfois « oubliées ».
Comme pour les sessions précédentes, le jury insiste sur le fait que la rédaction des copies doit obéir à certaines règles élémentaires. S'agissant d'un concours de recrutement destiné à des enseignants, l'épreuve a pour objectif non seulement de juger de la solidité des connaissances mais aussi d'évaluer des capacités d'ordre, de méthode et de clarté. Tout raisonnement doit être concis et assorti des justifications utiles et nécessaires. Par ailleurs, les règles de l'orthographe et de la syntaxe doivent être maîtrisées. Les correcteurs apprécient les copies correctement présentées.

L'épreuve

<u>Physique</u>

<u>Exercice 1 : de l'oscillateur électrique à l'oscillateur mécanique</u>

Il s'agissait surtout d'un exercice d'électricité se terminant par une approche mécanique du phénomène d'oscillation.
L'élaboration de l'équation différentielle à partir des lois de l'électricité (loi des mailles par exemple) est menée de façon souvent approximative et peu rigoureuse.
Certaines notions fondamentales sont ignorées de certains candidats : constante de temps d'un dipôle RC, phénomène de dispersion….
Les caractéristiques d'un amplificateur opérationnel parfait sont souvent inconnues.

<u>Exercice 2 : élaboration d'une fiche pédagogique</u>

Quelques candidats ont essayé d'avoir une approche originale du sujet.
Le jury a relevé certaines incohérences entre le thème de la leçon demandée et le choix du matériel. Les manipulations décrites sont parfois hors sujet.

<u>Chimie</u>

Exercice 1 : étude des aspects structurels ou réactionnels de quelques acides carboxyliques de notre quotidien

Des candidats ont eu beaucoup de mal à écrire l'équation d'oxydoréduction en milieu basique.
Il y a eu souvent confusion entre estérification et saponification.
La RMN est inconnue de la plupart des candidats.

<u>Exercice 2 : conception d'un exercice d'application</u>

Il s'agissait de construire un exercice pour des élèves de BEPA et de produire un corrigé avec un barème circonstancié.

ÉPREUVES ORALES

PREMIÈRE ÉPREUVE ORALE, ÉPREUVE DE MATHEMATIQUES.

L'épreuve a une durée de 45 minutes. Trente minutes maximum sont consacrées à l'exposé sur un sujet tiré au sort. La liste des sujets est publiée. Quinze minutes maximum sont consacrées à l'entretien. L'entretien prend appui sur le sujet traité.

L'exposé est en général structuré mais souvent incomplet. Les incohérences demeurent assez fréquentes. Le candidat doit lire complètement et bien comprendre le sujet, pour le traiter dans son intégralité et éviter le hors sujet. Il doit savoir donner du sens aux notions présentées.

Le jury considère que les fautes de logique sont inacceptables pour un futur enseignant, en particulier la confusion entre un théorème et sa réciproque.

Le vocabulaire utilisé doit être maîtrisé : le candidat doit être capable d'énoncer les définitions avec précision ; le jury constate que le vocabulaire lié au domaine des fonctions est utilisé de façon incorrecte, et que les différentes notions manipulées n'ont pas pris sens.
Certains sujets d'apparence facile, nécessitent attention et doivent être abordés après une réflexion approfondie. Par exemple : variation d'une fonction, nombre dérivé, produit scalaire, relations métriques dans le triangle rectangle ou non.

Le candidat doit d'efforcer de conserver l'intégralité de son exposé au tableau, ce qui nécessite une gestion réfléchie. Dans l'obligation d'effacer le tableau, le candidat doit demander l'autorisation aux membres du jury.

Le jury apprécie :

- le traitement du sujet ;
- le traitement exhaustif de tous les cas particuliers ;
- des graphiques soignés et précis ;
- une expression rigoureuse des résultats (choix du vocabulaire….) ;
- l'énoncé des conditions d'application des résultats proposés ;
- des exemples et des contre exemples intéressants et variés à l'appui des résultats énoncés ;
- des capacités de synthèse ;
- une attitude ouverte et à l'écoute mettant en évidence des compétences d'enseignant.

Enfin, un enseignant doit d'avoir une tenue vestimentaire convenable dans l'exercice de ses fonctions, il en est de même pour un candidat à un concours de recrutement.

Le jury conseille aux futurs candidats de lire les rapports de jury des années précédentes.

DEUXIÈME ÉPREUVE ORALE, ÉPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES.

L'épreuve se compose d'un exposé de trente minutes avec expériences, sur un sujet tiré au sort par le candidat et d'un entretien de quinze minutes avec le jury. Le candidat dispose d'un temps de préparation de deux heures. Des ouvrages de référence sont à sa disposition pendant la préparation.

Concours externe :
La moyenne de l'épreuve est de 10,60/20 avec un éventail de notes ouvert de 02 à 20.
16 candidats sur 31 obtiennent une note supérieure ou égale à 10.
Le jury a assisté à quelques très bonnes prestations mais en nombre moindre que lors des sessions précédentes. En revanche, la moyenne générale de l'épreuve est légèrement supérieure, ce qui peut s'interpréter comme une amélioration globale de la préparation des candidats. Dans ce contexte, le niveau scientifique des quelques candidats qui ont obtenu des notes extrêmement faibles pose question.

Concours interne :
La moyenne de l'épreuve est de 7,60/20 avec un éventail de notes ouvert de 04 à 15.
Les examinateurs observent une baisse significative de la moyenne pour cette épreuve.
Seulement 4 candidats, ayant réalisé des exposés d'assez bonne facture, obtiennent une note supérieure ou égale à 10.
S'agissant du concours interne, le jury s'étonne de la faiblesse de certaines prestations : connaissances non maîtrisées, absence de réflexion sur l'approche pédagogique du sujet, pauvreté expérimentale de l'exposé, aucun respect de règles élémentaires de sécurité au laboratoire …. Il faut vraisemblablement attribuer ces carences à des candidats contractuels qui n'ont jamais enseigné les sciences physiques. Toutefois, cette explication ne saurait en aucun cas excuser, pour quelques candidats, un manque total de préparation pour cette épreuve.

Le jury rappelle que, pour être réussie, cette épreuve demande une bonne maîtrise du sujet, des qualités manipulatoires certaines et une capacité d'adaptation aux conditions matérielles locales. D'autre part, ce même jury insiste sur le fait qu'il ne s'agit pas de présenter une compilation d'expériences montrant vaguement des phénomènes mais de construire une présentation expérimentale du sujet.

Remarques générales :

Globalement les remarques des sessions précédentes restent valables. Pour mémoire, le jury renouvelle les observations suivantes :

- Les candidats doivent faire une lecture attentive de l'intitulé du sujet afin d'aborder tous les points de la leçon et éviter un hors sujet.
- Le choix des expériences doit être réfléchi, raisonné et pertinent : il ne s'agit pas de présenter un catalogue d'expériences plus ou moins maîtrisées et parfois compliquées mais de montrer son aptitude à mettre en œuvre et à exploiter une ou des expériences judicieusement choisies en fonction d'objectifs précis.
- Les expériences présentées doivent être visibles du jury et conduites avec soin, ordre, méthode et dextérité. Pour les manipulations et les mesures qui sont longues, le jury recommande qu'elles soient commencées durant la préparation et terminées lors de l'exposé. Le candidat peut également reprendre l'expérience devant le jury puis présenter les résultats obtenus lors de la préparation.
- Les manipulations s'inscrivent dans le cadre de l'approche expérimentale : l'expérience ne vient pas justifier une loi ou illustrer une propriété mais constitue bien au contraire le support à partir duquel les notions abordées vont être construites.
- La maîtrise technique du candidat doit s'accompagner des indispensables commentaires qui justifient sa démarche. Il est vivement recommandé de se détacher de ses notes et de ne pas consulter les ouvrages de référence durant l'exposé.
- Le candidat doit se montrer capable de s'adapter au matériel existant dans les laboratoires où se déroulent les épreuves. Il doit également faire preuve de discernement dans l'utilisation du matériel et des produits tout en respectant les règles de sécurité de manière raisonnée.

- Le candidat doit veiller à gérer de manière optimale son temps de préparation et la durée de l'exposé : il n'est pas acceptable qu'un point fort du sujet traité ne soit abordé que dans les cinq dernières minutes.
- L'entretien avec le jury vise principalement à faire préciser par le candidat un ou plusieurs points de l'exposé mais il peut porter sur des domaines connexes au sujet traité (principe de fonctionnement des appareils de mesure ou composition des réactifs utilisés, par exemple). Les questions posées permettent également d'évaluer les capacités de raisonnement du candidat ainsi que sa culture scientifique. Le candidat ne doit pas négliger cette partie de l'épreuve, il doit l'aborder avec sérieux et conviction.
- Une erreur commise dans l'exposé ou une maladresse expérimentale n'entraîne pas à elle seule une baisse significative de la note. Par contre lors de l'entretien, le jury sera amené à vérifier s'il s'agit d'une simple étourderie ou d'un manque de maîtrise des connaissances.
- Trop de candidats semblent découvrir les questions proposées le jour de l'épreuve alors que la liste des questions est diffusée sur le site de l'Enseignement Agricole. Il est donc fortement conseillé de prendre connaissance de cette liste lors de la préparation au concours.

En conclusion, chaque exposé repose sur un certain nombre d'idées fortes que le candidat doit s'efforcer de dégager, de développer, d'illustrer et de mettre en valeur selon un plan structuré. Il doit se faire dans un langage clair et correct et comporter une introduction, un fil conducteur et une conclusion. En la circonstance, le jury apprécie les candidats qui font preuve de rigueur, de concision mais qui savent également se montrer dynamiques et enthousiastes.